Provincia de Buenos Aires
Dirección General de Cultura y Educación
Subsecretaría de Educación
Dirección de Educación General Básica
Gabinete Pedagógico Curricular - Matemática

APORTES DIDÁCTICOS PARA

EL TRABAJO CON LA CALCULADORA EN

LOS TRES CICLOS DE LA EGB

Documento Nº 6 - Año 2001

Acerca del uso de la calculadora en las aulas en los tres ciclos de la EGB

Introducción

Este documento apunta a difundir orientaciones didácticas que han sido desarrolladas y analizadas en los encuentros con los docentes organizados por el Gabinete Pedagógico Curricular durante los últimos años[1]. Muchas de las propuestas didácticas abordadas incluían el uso de la calculadora para los diferentes contenidos. Esto produjo un fuerte debate en torno a su utilización en el aula. Uno de los temores más frecuentes que plantearon muchos docentes fue si su uso no traería como consecuencia un menor dominio del cálculo escrito por parte de los niños. Esta pregunta o inquietud surge de considerar que el uso de la calculadora en el aula implica el abandono de la enseñanza y práctica de otras estrategias de cálculo. Pensamos que plantear el debate en términos de "cálculo escrito" versus "cálculo con calculadora" no permite vislumbrar la potencia de esta herramienta para plantear problemas.

¿Qué usos darle en el aula para que los niños no aprendan "menos"? ¿En qué situaciones su uso favorece la adquisición de "más" conocimientos?

¿Por qué la calculadora en las aulas?

Todos conocemos la relevancia que ha tenido hasta hace pocos años el dominio de los cuatro algoritmos de cálculo en la escuela primaria. Estos algoritmos, producto de siglos de producción matemática, fueron considerados de tal nivel de utilidad y economía que se constituyeron en uno de los principales objetos de estudio en la escolaridad básica. La finalidad era democratizar el acceso a un conocimiento que hasta ese momento era patrimonio de una elite. Evidentemente la escuela cumplió con este objetivo y hoy día los cálculos algorítmicos son un patrimonio cultural difundido.

Sin embargo, en nuestra sociedad actual hay una variedad de estrategias de cálculo mucho mayor de las que viven en la escuela. La situación se ha invertido con respecto a algunas décadas atrás: desde una escuela que pretendía difundir conocimientos de uso social restringido a una escuela que sigue difundiendo conocimientos sociales casi fuera de uso y que no ha incorporado como objetos de enseñanza otras prácticas sociales de cálculo.

Fuera de la escuela utilizamos con mucha mayor frecuencia el cálculo mental, el cálculo estimativo y el cálculo con calculadora que los algoritmos convencionales que hemos aprendido en la misma. ¿Por qué no enseñarles a los alumnos toda esa variedad de estrategias y recursos de uso social actual?

Actualmente le pedimos a la escuela que enseñe conocimientos más amplios que el dominio de algunas técnicas. Es responsabilidad de la escuela formar sujetos capaces de

[1] Los otros documentos que ya han sido elaborados de esta misma serie se refieren a la enseñanza de la geometría, de la división, de la multiplicación y de la numeración. Ver citas bibliográficas.

resolver problemas, de tomar decisiones, de producir estrategias propias, de comparar y apropiarse de estrategias pensadas por otros, de anticipar y controlar los resultados a los que arriba, de controlar los recursos que utiliza, de realizar prácticas matemáticas, etc. En el terreno del cálculo la escuela precisa difundir - además de los cuatro algoritmos convencionales - una gran diversidad de recursos. Entre ellos: conocer y comprender procedimientos de cálculo escrito algorítmico que se usan en otros países y que son tan económicos como los que conocemos, conocer y usar formas diversas de registrar los pasos intermedios que se realizan en los cálculos más complejos, dominar estrategias de cálculo estimativo o aproximado, resolver una gran variedad de cálculos mentales orales o escritos [2] y también resolver cálculos y problemas con la calculadora[3].

Proponemos reemplazar la actividad mecánica y casi "mágica" de los cuatro únicos métodos por una variedad de recursos que necesariamente involucran la complejidad de los conocimientos matemáticos implícitos en cada operación. Es decir ampliar el objeto de estudio "cuentas" a un abanico más amplio de recursos de cálculo apuntando a que los alumnos comprendan las razones que subyacen a las técnicas y las propiedades que esconden las prácticas mecánicas.

¿Y las cuentas desaparecen de la escuela? Abordar la enseñanza de la diversidad de estrategias de cálculo no significa de ningún modo desterrar de la escuela los cálculos convencionales sino ofrecer más herramientas. No hay duda de que los niños precisan un cierto dominio de técnicas de cálculo tanto porque éstas tienen su campo de utilidad como porque intervienen en la construcción del sentido de las operaciones. Pero tambien es importante que los alumnos mismos sean capaces de establecer los límites de utilización de cada estrategia, técnica o instrumento.

Por ejemplo, si tuviéramos que averiguar el resultado de 25 x 4 ninguno de nosotros haría un cálculo algorítmico ya que hemos memorizado que el resultado es 100. Disponer de dicho resultado en memoria es más eficaz y veloz. Para averiguar el resultado de 26 x 4 posiblemente pensaríamos 25 x 4 y luego agregaríamos 4 o bien haríamos 20 x 4 + 6 x 4. En este caso es más efectivo realizar un cálculo mental que un cálculo escrito algorítmico. Frente al cálculo 138 x 100 tampoco usaríamos el algoritmo pues conocemos una regla que nos permite saber que el resultado es 13800. Si quisiéramos saber si alcanzan $100 para comprar 21 objetos que cuestan $7 cada uno tampoco es necesaria la cuenta ya que es suficiente con un cálculo estimativo, por ejemplo 7 x 20 = 140 para determinar que $100 no alcanzan. Si tuviéramos en cambio que realizar 284 x 34 la cuenta convencional sería sin duda un medio efectivo de solución. Ahora bien, para 32.134.675 x 2.378 nadie dudaría en buscar una calculadora.

---

[2] En los documentos "Orientaciones didácticas para la enseñanza de la división en los tres ciclos de la EGB" y "Orientaciones didácticas para la enseñanza de la multiplicación en los tres ciclos de la EGB" de esta misma serie, se presentan estrategias de cálculo mental y cálculo algorítmico para los diferentes ciclos.

[3] En el Diseño Curricular de la Educación General Básica de la Pcia. de Bs. As. aparecen como contenidos de primer ciclo: "Cálculo mental, escrito y con calculadora. La evaluación de las distintas formas de hacer cálculos" y como contenidos de segundo ciclo: "Cálculo exacto y aproximado con los distintos tipos de números, en forma mental, escrita con calculadora".

Muchos de nosotros no hemos aprendido a tomar estas decisiones en la escuela ya que un único recurso nos fue enseñado. Dominar una variedad de estrategias de cálculo permitirá a los alumnos seleccionar la más conveniente de acuerdo a la situación y a los números involucrados y utilizar una estrategia como modo de control de otra[4].

La calculadora permite abordar también un tipo de práctica anticipatoria. En muchos casos los problemas que se les proponen a los alumnos les exigen anticipar el resultado y la calculadora es el medio de verificación de los mismos. Esta actividad anticipatoria es una de las principales prácticas matemáticas que se intenta enseñar en la escuela y cuya importancia reside en que la anticipación es justamente aquello que otorga potencia a la matemática misma. Los conocimientos matemáticos permiten conocer la respuesta a problemas no resueltos empíricamente, es decir a sucesos aún no realizados o bien realizados en otro tiempo y en otro espacio. La calculadora, lejos de convertirse en una herramienta que impide pensar por sí mismos a los alumnos, tiene una enorme potencia para instalar prácticas anticipatorias y de control. Lógicamente, todo depende de las decisiones didácticas que se adopten.

La calculadora como herramienta para aprender más

En los siguientes apartados presentaremos diversas clases de problemas para ser resueltos con la calculadora. Han sido organizados según los conocimientos matemáticos involucrados.

I- Problemas para conocer cómo funciona la calculadora y los límites de la misma (Primero, segundo y tercer ciclo de EGB)

II- La calculadora para aprender más sobre las propiedades de las operaciones (Primero y segundo ciclo de EGB)

III- La calculadora para ampliar los sentidos de las operaciones (Primero, segundo y tercer ciclo de EGB)

IV- La calculadora para aprender más sobre los números naturales (Primer y segundo ciclo de EGB).

V- La calculadora para aprender más sobre los números decimales y fraccionarios (Segundo y tercer ciclo de EGB).

VI- La calculadora para aprender más sobre porcentaje (Segundo y tercer ciclo de EGB)

VII- La calculadora para aprender más sobre los números enteros (Tercer ciclo de EGB).

Esperamos que este material contribuya al debate y aporte fundamentos y herramientas para el aula.

Horacio Itzcovich y Claudia Broitman.

---

[4] En el Diseño Curricular aparecen contenidos de segundo ciclo relacionados con estos problemas: “La utilización de la calculadora para la realización de cálculos numéricos decidiendo la conveniencia de su uso, ya sea por la complejidad del cálculo o por la exigencia de exactitud del resultado”.

Una variedad de problemas para ser resueltos con la calculadora

I- Problemas para conocer cómo funciona la calculadora y los límites de la misma (Primero, segundo y tercer ciclo EGB).

En primer año[5] será necesario abordar con los niños actividades que les permitan conocer el funcionamiento de la calculadora: con qué tecla se enciende y con cuál se apaga, las teclas de las diferentes operaciones, aprender a borrar si se equivocan, conocer el significado de otras teclas aunque no las utilicen, etc.

El trabajo exploratorio del teclado de la calculadora involucrará que en ocasiones los niños se enfrenten a conocimientos matemáticos que aún no tienen disponibles, y que evidentemente requerirán de otros problemas y tiempos para su adquisición. Sin embargo, los alumnos pueden interactuar con los mismos aún cuando no dominen sus significados. Un ejemplo de ello son los signos de las operaciones de multiplicación y división. Evidentemente la construcción del significado de dichas operaciones llevará varios años a los alumnos. Sin embargo, podrán conocer que la calculadora también sirve para esas operaciones y probar qué resultados obtienen. Otro conocimiento matemático que aparecerá a partir de la indagación sobre el uso de esta máquina será el punto. Si bien los niños aún no tienen un dominio de los números decimales las situaciones exploratorias exigirán referirse al uso de la coma decimal. Posiblemente realizarán desde el principio divisiones sencillas aún cuando no dominen los diversos significados de dicha operación y algunos cálculos que realicen para conocer su funcionamiento los llevarán a obtener números decimales. El docente puede informar que en la calculadora la coma es un punto y ejemplificar el sentido del mismo con el contexto del dinero o la medida.

En primer año, una vez que los niños pueden utilizar la calculadora por sus propios medios y ya conocen los signos +, - e = con lápiz y papel algunas actividades que podrán realizar son:

- Resolver con la calculadora cálculos sencillos de sumas y restas.
- Buscar con la calculadora y registrar en el cuaderno varios cálculos que den un resultado dado.
- Corregir cálculos realizados por sí mismos o por sus compañeros en lápiz y papel.
- Resolver problemas usando la calculadora. Registrar en el cuaderno qué cálculo realizaron para cada problema.
- En parejas cada alumno escribe en un papel un número y el compañero, en un tiempo dado, tiene que encontrar con la calculadora la mayor cantidad de cuentas que den por resultado ese número. Gana el alumno de la pareja que logró encontrar más cuentas.

[5] Si los niños de segundo o tercer año no han utilizado la calculadora en años anteriores será necesario también realizar este trabajo antes de abordar la diversidad de problemas para los diversos contenidos.

- En grupos reciben una hoja con una serie de cálculos y tienen que encontrar y corregir los erróneos.
- Los niños reciben una hoja con un cuadro de doble entrada en el que hay números escritos y tienen que buscar cuentas cuyo resultado sea cada uno de esos números.
- El docente entrega una lista de cálculos muy sencillos a cada pareja de alumnos. Uno de los niños realiza los cálculos en lápiz y papel y el otro con la calculadora. Gana el que los hace más rápido. (Esta actividad apunta además a poner en evidencia que los cálculos muy sencillos se hacen más rápido mentalmente)[6]
- etc.

Posteriormente a estas actividades los alumnos desde primer año podrán empezar a resolver problemas para aprender más sobre las operaciones o sobre el sistema de numeración como se sugiere en los siguientes apartados.

A partir de tercero o cuarto años los alumnos, además de conocer el teclado y el funcionamiento de la calculadora, podrán estudiar con más profundidad aspectos "menos visibles" de la misma. Por ejemplo, el uso repetido de algunas teclas y el efecto que producen. Para ello es posible plantear la investigación en diferentes calculadoras. Estas funciones varían según si las calculadoras son estándar o científicas, y hay incluso calculadoras estándar en las que se obtienen resultados diferentes según cómo es interpretada la repetición de los signos. Algunos problemas que apuntan a este objetivo pueden ser los siguientes:

"Si oprimimos en la calculadora las siguientes teclas: 25 + = ¿Qué número aparece? ¿Sucede lo mismo con todas las calculadoras?"

"Y si oprimimos 25 + = = ?"

"¿Cuántas veces habrá que oprimir la tecla = después del 25 para que aparezca en el visor el número 200?"

"¿Qué aparecerá en la pantalla si oprimimos 36 – 6 = = ?. ¿Cuántas veces habrá que oprimir la tecla = para que aparezca el número 0?"

"Si oprimen en la calculadora 10 x = ¿Qué número aparece? ¿Cuántas veces habrá que oprimir la tecla = para que aparezca 1.000.000?"

"Si oprimen en la calculadora 25 : 5 = = ¿Qué número aparece?. Y si oprimen 3125 : 5 = = .. ¿Cuántas veces hay que oprimir el = para que aparezca el 1?"

[6] Esta actividad ha sido tomada del material elaborado por Irma Saiz para trabajar en el Seminario de Didáctica de la Matemática , Buenos Aires, septiembre de 1992.

Evidentemente estos problemas, además de apuntar a estudiar el uso repetido de las teclas en las calculadoras, permiten abordar conocimientos específicos de las operaciones y sus propiedades. En este apartado los incluimos como problemas para conocer el uso de la calculadora, pero algunos de ellos pueden ser planteados en otro momento del año como problemas para el estudio de la división, de los múltiplos y divisores, de la potencia, etc.

Otros problemas para cuarto o quinto años que permiten comparar el uso de la calculadora estándar con la calculadora científica son, por ejemplo:

"*Realicen el siguiente cálculo con calculadora común y con calculadora científica: 3x4+4x5 = ¿Cómo explican que se obtengan diferentes resultados? ¿Cuál es correcto y por qué? ¿Cómo hacer estos cálculos con la calculadora común?"*

Recordemos que frente a un cálculo como 3x4+4x5 las calculadoras estándar realizarán los cálculos a medida que se incorporan, es decir 3x4=12, luego considerará 12+4=16 y finalmente 16x5=80, evidentemente resultado incorrecto. Es como si hicieran (3 x 4 + 4) x 5. En cambio, las calculadoras científicas frente a ese mismo cálculo contemplan la jerarquía de las operaciones, es decir que realizarán 3x4 y 4x5 haciendo 12 (de 3x4) +20 (de 4x5) arrojando un resultado diferente, en este caso 32.

Este problema pone de manifiesto un "límite" de la calculadora estándar: no conoce la jerarquía de las operaciones, es decir que opera por orden de escritura sin tener en cuenta la separación en términos. La calculadora científica en cambio sí tiene en cuenta la separación de los términos [7].

Además de comparar el funcionamiento de ambas calculadoras y abordar la cuestión de la separación en términos, esta situación permitiría discutir sobre una tecla de la calculadora estándar que permite controlar la jerarquía de las operaciones externamente: la función memoria. Un modo de resolver el problema es realizar 3 x 4, guardar el resultado parcial con la tecla memoria y luego de realizar el segundo cálculo sumarle el resultado del primero a partir de la tecla memoria.

Otra clase de problemas que apuntan a este mismo aspecto son aquellos en los que hay que averiguar un resultado total que surge de cálculos parciales. Por ejemplo:

<u>Lista de precios:</u>

Juegos de computadora	*$14*
Libros de texto de 1er ciclo	*$19*
Libros de texto de 2do ciclo	*$ 23*
Calculadoras	*$ 2*
Compases	*$ 3*

[7] Actualmente casi todas las computadoras tienen incorporado entre los accesorios la calculadora y se puede optar entre calculadora estándar y calculadora científica. Este recurso es muy útil para establecer la comparación y aprender cuándo conviene utilizar una y cuándo la otra.

La presidente de la cooperadora de la escuela averiguó utilizando la calculadora que le alcanza con $400 para comprar 5 libros de texto de primer ciclo, 7 libros de texto de 2do ciclo, 20 calculadoras y 20 compases. ¿Qué cuentas pudo haber hecho? Anotalas y hacelas con la calculadora.

Este problema permitirá abordar en la clase estrategias diferentes para realizar la acumulación de resultados parciales. El uso de la función memoria podrá instalarse como medio económico de resolución.

Otro "límite" de la calculadora que puede ser estudiado por los alumnos de segundo ciclo es que trunca resultados de cálculos, es decir que "corta" el número según la cantidad de dígitos de la misma sin considerar un posible "redondeo". Frente a un resultado que sea 23456,345 y frente a otro que sea 23456,34599999999 si tiene 8 dígitos escribirá el mismo número en la pantalla, en lugar de determinar que el segundo puede ser redondeado a 23456,346. Frente a una gran cantidad de problemas en los que es más conveniente redondear que truncar, será necesario considerar el redondeo como una actividad posterior al cálculo de la calculadora. Comparar resultados obtenidos en diferentes calculadoras con más o menos dígitos permitirá abordar esta cuestión y tenerla en cuenta para siguientes problemas.

La calculadora tampoco permite obtener el resto de una división con números naturales. Veamos el siguiente problema:

"Analía tenía 76 globos para repartir en partes iguales entre sus 9 alumnos. Antes de repartirlos quiso saber cuántos sobrarían e hizo cuentas con la calculadora ¿cuántos globos sobran?, ¿qué cuentas habrá hecho?"

Si los alumnos lo resuelven con la calculadora la misma arrojará como resultado de la división 8,444444444 pero en ese número no es muy sencillo encontrar con cuántos globos se quedó Analía. Reconstruir el resto de la división implicará despreciar la parte decimal, "quedarse" con el 8, multiplicar luego 8 x 9 y calcular que si había 76 y usó 72 se quedó con 4 globos para ella haciendo 76 - 72. Evidentemente este problema puede ser planteado a los alumnos de tercero, cuarto o quinto año con la finalidad de ampliar los significados de la división y la relación entre cociente, divisor, resto y dividendo [8], pero aún cuando dicho conocimiento matemático esté ya disponible, este problema permite investigar otro "límite" de la calculadora.

Conocer en profundidad el uso de la calculadora involucra entonces conocer su teclado, sus funciones, sus límites. También los alumnos de fines del segundo ciclo y del tercero[9] podrán estudiar las formas de escritura sintética de los números expresados en la calculadora con notaciones científicas, por ejemplo $464{,}3 \times 10^{4}$. Para ello se les pueden

[8] Con esta finalidad se incluyen problemas de este tipo en el documento "Orientaciones sobre la Enseñanza de la División", 2001.

plantear problemas que arrojen como resultados números de gran cantidad de cifras y analizar los números que se obtienen según las calculadoras y las diferentes formas de notación que utilizan.

II La calculadora para aprender más sobre las propiedades de las operaciones (Primero y segundo ciclo de EGB)[10].

La calculadora puede ser un medio para trabajar las estrategias de cálculo mental y las propiedades de las operaciones que son objeto de estudio en cada ciclo.

Desde los primeros años se pueden plantear problemas que permitan analizar las relaciones ente operaciones inversas. Por ejemplo:

"Buscar usando la calculadora qué número hay que sumarle a 17 para obtener 30"

Problemas de este tipo permitirán explicitar la relación entre la suma y la resta 17 +.... = 30 Muchos alumnos encontrarán el número realizando sumas parciales hasta llegar al número solicitado como por ejemplo realizar 17 +5 +5 +2 +1. Otros niños reconocerán que es posible hacer 30 – 17. La relación entre estos procedimientos puede ser objeto de trabajo para todos los alumnos.

Y en segundo ciclo:

"Resolver usando la calculadora":
34 x ....= 748
120 **:** .... = 6

Muchos alumnos probarán multiplicar al 34 por diferentes números hasta llegar a un número cercano al 748. Por ejemplo por 10, luego por 20, por 30, como se pasaron por 21, luego 22. ¿Cómo promover en la clase que los alumnos pasen de estos procedimientos de aproximación en la búsqueda a reconocer que si se divide 748 por 34 se obtiene el número buscado? La puesta en común y la comparación entre diferentes estrategias utilizadas por los alumnos o propuestas por los docentes permitirán instalar la relación entre la multiplicación y la división en este tipo de problemas.

Otras situaciones que ponen en juego estrategias de cálculo mental con la calculadora son aquellas que exigen analizar los números involucrados y apoyarse en las relaciones entre los mismos. Por ejemplo, en primero o segundo año:

"Escriban en el visor de la calculadora el número 55. Con una única resta lograr que aparezca 45, luego 35, luego 25, etc."

---

[9] Si los alumnos del tercer ciclo no han estudiado en el segundo el funcionamiento de ciertas teclas y los límites de la calculadora estos aspectos podrán trabajarse en este ciclo.
[10] En el Diseño Curricular aparecen como contenidos "Propiedades de cada operación".

“Coloquen en el visor de la calculadora el número 37. Haciendo únicamente una suma, logren que aparezca en el visor el número 100”.

Y en tercero o cuarto año cálculos que ponen en juego la multiplicación por la unidad seguida de ceros:

“Completar el número que falta y verificar con calculadora”:
25 x □ = 100; 25 x □ = 1.000; 25 x □ = 10.000; 25 x □ = 100.000

En todos estos cálculos se pone en juego la necesidad de apoyarse en las propiedades de las operaciones para anticipar resultados. La calculadora es la herramienta de control de las anticipaciones y para realizarlas es necesario utilizar ciertos conocimientos matemáticos.

Otro problema que permite abordar las propiedades de las operaciones en los primeros años es por ejemplo:

“Anotá un número en la calculadora, hacé seis cuentas y tenés que obtener el mismo número que anotaste al principio. Anotá en el cuaderno todos los cálculos que vas haciendo. Si no te sale, volvé a empezar”

Posiblemente los alumnos irán realizando operaciones inicialmente azarosas, pero para retornar al primer número deberán planificar qué operaciones conviene realizar. El registro escrito simultáneo de las operaciones apunta a que en la puesta en común se comparen las series de cálculos en las que se logró el objetivo con otras en los que no. La finalidad es que se puedan explicitar ciertas regularidades de las operaciones *“si sumás 6, después hay que restar 3 y 3 ó 2 y 4; si restás 8 luego podés sumar 3 y 5 ó 4 y 4”; “si llegás muy rápido al número podés sumar o restar 0 y te queda igual”, “si te quedan dos cuentas sumás y restás el mismo número”; etc.*

Otra actividad posible con los niños es proponerles un “juego de magia” . Se trata de una serie de operaciones que, quien las plantea, sabe de antemano que lo conducen al número original. Por ejemplo, para los primeros años:

Maestro	Alumno
- Escribí en la calculadora un número Cualquiera y no lo digas	(Escribe 5)
- Sumale 4	(Le suma 4 y obtiene 9)
- Sumale 8	(Le suma 8 y obtiene 17)
- Restale 2	(Le resta 2 y obtiene 15)

- Ahora decime qué número te quedó.	- Me quedó 15
(Restándole 10 al número obtenido 15 –10 obtiene el número elegido por el alumno) - ¿Era el 5?	- Sí.

El maestro luego de jugar dos o tres veces con sus alumnos propone analizar “cómo hace él para saber qué número eligió el alumno”. Para ello anota las preguntas y respuestas en el pizarrón. Se trata de que los alumnos encuentren qué propiedades o regularidades subyacen a la “magia”. Se apunta a que los niños tomen conciencia de que sumar 4 y 8 y luego restar 2 y 10 “deja” el mismo número. Luego se pueden inventar otras series de pasos. El trabajo de los alumnos consistirá en la explicitación de “cómo hacer para inventar un nuevo truco”.

Un juego similar para el segundo ciclo podría ser:

Maestro	Alumno
Escribí en la calculadora un número cualquiera y no lo digas.	(Escribe 5)
- Multiplicalo por 10	(Multiplica por 10 y obtiene 50)
- Sumale 15	(Suma 15 y obtiene 65)
- Restale 6	(Resta 6 y obtiene 59)
- Agregale 1	(Agrega 1 y obtiene 60)
- Restale 10	(Resta 10 y obtiene 50)
- Ahora decime qué número te quedó.	- Me quedó 50
- Dividilo por la mitad	- Me quedó 25
(Dividiéndolo por 5 obtiene el número elegido por el alumno) - ¿Era el 5?	- Sí.

En este caso se podrá analizar que al número original se le suma y resta 16 (se suman 15 y 1 y se restan 6 y 10) con lo cual el número queda igual y se multiplica por 10 y se divide por 2 y por 5 también constituyendo operaciones inversas.

Estas secuencia de cálculos puede ser posteriormente analizada con los alumnos con el fin de explicitar las propiedades que están en juego. Luego los alumnos tienen que construir otras series de pasos que también conduzcan al número pensado por su compañero.

Los "trucos" que los alumnos encuentren utilizarán implícitamente propiedades de las operaciones que pueden ser explicitadas: *"cuando sumás 0 no cambia el número", "si sumás primero un número y después se lo restás en partes volvés al mismo número", "si hacés el doble y después la mitad te queda igual"*, etc.

En el segundo ciclo podrán incorporarse los nombres de estas propiedades a partir de su uso: elemento neutro, propiedad conmutativa, propiedad asociativa[11], etc. En quinto o sexto años los alumnos podrán también analizar las relaciones entre la multiplicación y la división. Por ejemplo *"si multiplicás por 3, luego por 4 y por 2 luego podés dividir por 6, por 2 y otra vez por 2 y te queda el mismo número"* o bien *"3x4x2 es igual que 6x2x2" o "multiplicar por 50 es equivalente a multiplicar por 100 y luego dividir por 2"*.

Otros problemas que apuntan a estudiar las propiedades de la multiplicación y la división son los siguientes:

"En una calculadora se tecleó 35 x 100, pero se cometió un error ya que se quería multiplicar por 50. ¿Cómo corregirlo sin borrar lo que ya está?"

"En otra calculadora se tecleó 325 x 500, pero se quería multiplicar por 50. ¿Cómo corregirlo sin borrar?"

"En otra se tecleó 35 x 600, pero se quería multiplicar por 30. ¿Cómo corregirlo esta vez?"

Estos problemas buscan que los niños puedan poner en juego la propiedad asociativa de la multiplicación y la división teniendo en cuenta que multiplicar por 100 es equivalente a multiplicar por 50 y luego por 2, o que multiplicar por 50 es equivalente a multiplicar por 500 y luego dividir por 100.

Otros problemas exigen anticipar las relaciones entre números, por ejemplo cuántas veces entra un número adentro de otro, problemas que involucran la idea de escala o de múltiplos. Por ejemplo:

"Escribí un número de dos cifras en la calculadora. Restale 3 todas las veces que puedas. Ganás si en algún momento aparece en el visor el número 0"

Muchos alumnos empezarán con un número elegido al azar. Otros en cambio seleccionarán el número anticipando qué números elegir para ganar. El trabajo colectivo apuntará a que toda la clase se apropie de estrategias que permitan realizar dicha anticipación apoyándose en el conocimiento sobre múltiplos y divisores.

---

[11] Para otros problemas sobre estos contenidos consultar los Documentos de División y de Multiplicación de esta misma serie.

Hemos mencionado anteriormente que la calculadora no informa el resto de la división con números naturales porque arroja cocientes con decimales. Los problemas que exigen analizar el resto o determinar el dividendo también ponen en juego las propiedades de las operaciones, en este caso las relaciones entre el dividendo, el divisor, el cociente y el resto. Por ejemplo:

"Encontrar con la calculadora números que al dividirlos por 13, se obtenga resto 6"
"Buscar cálculos en los que el divisor sea 6 y el resto 4"
"Buscar con la calculadora cuál es el resto de 3456 dividido por 15'"

Los problemas que plantean ciertas restricciones en el uso de la calculadora exigiendo la búsqueda de alternativas también buscan poner en juego propiedades de las operaciones. Por ejemplo, en primer año con el fin de que los niños realicen descomposiciones aditivas:

"Realizar la suma 50 + 50 sin usar la tecla del 5.".
"Realizar la resta 37 – 15 sin usar la tecla del 5."
"Si tenés que hacer con la calculadora 124 + 134 y no funciona la tecla del 4 ¿qué otras cuentas podés hacer para obtener el resultado?"

Estos problemas promueven considerar el 50 como un 40 + 10 o como 20 + 30 y el 15 como un 12 + 3 o 14 + 1, etc.

En un cuarto año también se pueden plantear cálculos con calculadora con restricciones en el uso de teclas para promover el análisis y uso de las propiedades conmutativa, asociativa y distributiva en las diferentes operaciones. Por ejemplo:

"Realizar la multiplicación 50 x 22 sin usar la tecla del 2."
"Realizar la división 2580 : 4 sin usar la tecla del 4."
"Realizar la división 3522 : 6 sin usar la tecla del 6"

El primer problema promueve la descomposición del 22 en 11 + 11 o en 19 + 3 y la utilización de la propiedad distributiva haciendo 50 x 11 + 50 x 11 ó 50 x 19 + 50 x 3. El segundo provoca la discusión acerca de que dividir por 4 es equivalente a dividir por 2 y luego nuevamente por 2. Frente al tercero muchos alumnos producirán una respuesta errónea al dividir por 3 y nuevamente por 3 y será necesario analizar por qué puede ser dividir por 2 y luego por 3 o viceversa pero no por 3 y por 3 poniendo en juego el análisis de la propiedad asociativa.

En el marco del análisis de las propiedades de las operaciones la calculadora puede ser utilizada en todas las clases en las que los alumnos estén investigando o practicando otras estrategias de cálculo con la finalidad de que aprendan a controlar por sí mismos los resultados que obtienen. Estimar el resultado de las operaciones que van a realizar por medio del cálculo mental o algorítmico, luego controlar la proximidad con la estimación realizada y verificar la validez de los resultados obtenidos por medio de la calculadora favorece que quede a cargo de los propios alumnos la responsabilidad de corregir sus estrategias de cálculo[12].

También es posible plantear situaciones específicas que apuntan a la estimación:

Cuenta	Resultado que estimás	Resultado que obtenés con la cuenta	¿son cercanos?	Resultado obtenido con calculadora	¿estaba bien la estimación?
124 + 450	¿300 a 400? ¿400 a 500? ¿más de 500?				
345 + 234					
123 + 99					

O en cuarto año:

"Entre estas cuentas hay algunas falsas y otras verdaderas. Marcá las que creés que son falsas, justificá por qué lo creés y verificalo con la calculadora:

a)2424: 6 = 44
b)2424: 6= 404
c)2424: 12 = 22
c) 2424: 12= 202

En líneas generales, los alumnos, siempre que realizan cálculos con lápiz y papel, podrán corregirlos con la calculadora. Esto permite a los alumnos continuar trabajando sobre los cálculos que no les salieron y al docente ocupar la atención de la clase en aspectos más relevantes que la corrección. Por otra parte, cuando los alumnos utilizan la calculadora para resolver problemas, es interesante que aprendan también a estimar cuánto creen que obtendrán. La calculadora también debe ser "controlada" en tanto un sencillo error conduce a un resultado muy alejado del posible.

En síntesis, los alumnos deben aprender a controlar los resultados de sus cálculos mentales y de las cuentas por medio de la calculadora y a su vez a controlar el cálculo con calculadora por medio del cálculo mental estimativo. Hemos intentado en este apartado mostrar la potencia de la calculadora para resolver problemas dirigidos a enseñar aspectos

[12] En el Diseño Curricular aparecen como contenidos de primer ciclo: "La estimación de resultados de un cálculo. Distintas estrategias" y como contenidos de segundo ciclo: "Cálculo exacto y aproximado con los distintos tipos de números, en forma mental, escrita con calculadora".

del cálculo mental, del cálculo estimativo y de las propiedades de las operaciones en cada ciclo. Estos aspectos complementan el tratamiento de las operaciones.

III- La calculadora para resolver problemas que amplíen los significados de las operaciones (Primero y segundo ciclo de EGB).

Aprender a sumar, restar, multiplicar y dividir involucra reconocer las operaciones en una diversidad de problemas. Los niños de primero o segundo año suelen reconocer sin dificultad la resta en un problema de "quitar" o "perder", pero les resulta más complejo reconocer dicha operación en otros problemas, como los de comparación. Por ejemplo:

"*Andrés está leyendo un libro de 89 páginas y va por la 34. ¿Cuántas le faltan?"*

Frente a esta situación muchos niños realizarán un conteo desde 34 hasta 89. Otros buscarán el números por complementos desde 34. Por ejemplo 34 + 10 = 44 ; 44 + 10 = 54., etc. hasta llegar a 89. Pocos alumnos de primero o segundo año reconocen en este problema una situación en la que es posible restar. Luego de que los niños han resuelto el problema se podrá promover la comparación de los procedimientos de conteo, sumas consecutivas, restas sucesivas, etc. e instalar que la respuesta correcta era 55. A continuación el docente plantea un nuevo desafío: buscar un cálculo en la calculadora con los números del problema y cuyo resultado sea 55. Cuando los alumnos inician la exploración con la calculadora ya conocen el resultado. ¿Cuál es el objeto de estudio? La resta como una operación que permite averiguar la diferencia entre dos números. Se intenta que los niños amplíen el tipo de problemas para los cuales conocen la resta como medio de solución[13]. La calculadora propicia la búsqueda de dicho cálculo al inhibir otros procedimientos. Serán necesarios varios problemas similares para que la resta esté disponible en estos problemas para toda la clase.

Otro ejemplo de cómo la calculadora puede favorecer el análisis de los diferentes sentidos de cada operación y el análisis comparativo de procedimientos de resolución es el siguiente problema, pensado para tercero o cuarto año:

"Estoy en el número 1000, doy saltos para atrás de 7 en 7 ¿Cuál es la mayor cantidad de saltos que puedo dar antes de pasar el 0?"

Muchos alumnos recurrirán a las restas sucesivas, otros a la suma, muchos a buscar un número que multiplicado por 7 de 1000 y muy pocos alumnos, o tal vez ninguno reconozca en este problema la división como recurso. Si se permite a los alumnos resolver el problema con calculadora, se facilita la comparación de procedimientos, ya que se libera tiempo de la clase en la corrección de los cálculos y se puede centrar la atención en el análisis de qué cálculos permiten resolverlo. Se pueden luego elaborar conclusiones

[13] En el Diseño Curricular se presentan como contenidos de primer ciclo: "La selección de procedimientos para la obtención de un resultado correcto sobre la base de criterios de economía"

que sirvan para nuevos problemas: *"este problema se puede resolver sumando sietes, restando sietes, buscando una multiplicación por 7 o dividiendo por 7" .* Progresivamente se apuntará al reconocimiento de que hay problemas de división que no son los de reparto. En este caso , se trata de un problema de iteración[14].

Sugerimos que cuando la intención del docente sea que sus alumnos analicen cuáles son las operaciones que resuelven un problema se promueva que los niños usen la calculadora. Su uso favorece que el centro del debate sea la relación entre problemas y operaciones en lugar de cómo se resuelve cada cálculo.

Otras situaciones en las que podemos favorecer el uso de la calculadora son los problemas de varios pasos. Por ejemplo, en segundo año:

"Resolvé este problema con la calculadora pero no te olvides de anotar en la hoja las cuentas que vas haciendo: "Martina tiene en su álbum 45 figuritas. Un día Malena le regala 4 figuritas más. Ese mismo día Martina pierde 2 figuritas y le regala a Camilo 4. ¿Cuantas figuritas tendrá al finalizar el día?"

Para este problema no parece muy relevante discutir los resultados de los cálculos con los alumnos, sino analizar qué serie de operaciones hay que realizar y si es posible variar el orden de las mismas: ¿se puede primero restar 2 y 4 y luego sumar las 4 de Malena?, ¿se puede solamente restar las dos que pierde porque las que ella recibe son la misma cantidad que las que regala? etc. etc.

Y en segundo ciclo:

"Un camión que reparte gaseosas baja en el primer local 35 bolsas en las que vienen 6 botellas en cada una; en el segundo local 56 cajones con 12 botellas cada una y por último 17 cajones con 24 gaseosas cada una. Si en el camión había 1500 gaseosas ¿alcanza para bajar ahora 144 botellas más en otro negocio?"

Sin la calculadora la cantidad de datos y cálculos hace que los alumnos pierdan de algún modo el control de los pasos que estaban haciendo mientras hacen las cuentas: terminan de hacer un cálculo y yo no recuerdan por dónde seguir. El uso de la máquina - registrando en el papel los cálculos que se realizan - favorece el control y la toma de decisiones por parte de los niños.

Incluso muchos alumnos que habitualmente se desorganizan o pierden el sentido de las acciones que iniciaron se ven muy favorecidos cuando pueden concentrarse en las decisiones y pueden despreocuparse de los cálculos en esa situación.

---

y como contenidos de segundo ciclo: "La selección de las operaciones adecuadas para resolver situaciones" . Estos problemas apuntan entre otros aspectos a dichas finalidades.

[14] Estos problemas de división se encuentran analizados en el Documento: " Orientaciones didácticas para la enseñanza de la división en los tres ciclos de la EGB".

Otros problemas que suelen dar mucho trabajo a los alumnos son aquellos en los que se presenta una gran cantidad de datos organizados en tablas y gráficos y a partir de los cuales se les plantea una serie de preguntas. La dificultad reside en que los alumnos tienen que seleccionar los datos necesarios entre un conjunto de datos dados, seleccionar varias operaciones para resolver, leer información provista en diferentes fuentes, etc. Usar calculadora permite focalizar la clase en el tratamiento de la información, en las operaciones a resolver y en el significado de los resultados obtenidos.

IV- La calculadora para aprender más sobre los números naturales (Primer y segundo ciclo de EGB)[15]

Un tipo de problemas a plantear a los alumnos de primer ciclo con el objetivo de que analicen el valor posicional en nuestro sistema de numeración son aquellos que exigen realizar una transformación de alguna de las cifras [16]. Por ejemplo**:**

"Escribir en la calculadora el número 34. ¿Qué cuentas podrías hacer para que cambie el 4 por otro número pero que el 3 quede igual? Anotalas en el cuaderno y probá con la calculadora"

"Escribir en la calculadora el número 34. ¿Qué cuentas podrías hacer para que cambie el 3 por otro número pero que el 4 quede igual? Anotalas en el cuaderno y probá con la calculadora"

"Escribir en la calculadora el número 534. ¿Qué cuentas podrías hacer para que cambie el 5 por otro número pero que los otros queden igual? Anotalas en el cuaderno y probá con la calculadora"

En estos problemas la finalidad es que los alumnos analicen cómo varía el valor de una cifra según la posición que ocupa en el número. En el primer problema se apunta a que los niños puedan considerar que hay que sumarle o restarle 1, 2 , 3, etc. Se podrá provocar el análisis acerca de por qué si se le suma más de 5 o resta más que 4 también varía el primer número. En el segundo problema se busca que los alumnos tomen conciencia de que en este caso hay que sumar o restar 10, 20, 30, etc. y que elaboren explicaciones acerca de cómo hacen para darse cuenta de que no se trata esta vez de sumar o restar 1, 2 ó 3. Y el tercer problema amplía la cuestión a sumar o restar 100, 200, 300, etc.

Otros problemas similares son los siguientes:

"Si tenés en la pantalla de la calculadora el número 134 ¿qué calculo tenés que hacer para obtener 104? (Con una sola cuenta)"

[15] Los contenidos a los que apuntan estas actividades aparecen el Diseño Curricular como "Sistema posicional decimal de numeración" y "Resolución de situaciones de organización y uso del sistema posicional decimal de numeración" de primero y segundo ciclo respectivamente.

En este problema es habitual que muchos niños de los primeros años consideren que hay que restarle el 3, en lugar de el 30 [17]. La puesta en común apuntará a reconocer justamente que ese 3 vale 30 por la posición que ocupa.

Incluso en el segundo ciclo problemas como los siguientes siguen siendo muy costosos para los alumnos:

"Transformar el 1987 de la pantalla de la calculadora en 1007 con una sola cuenta"

"Convertir el 456.678.987 en 400.000.007 o en 450.078.907 en cada caso con un solo cálculo"

Reconocer que allí se trata de restar en el primer caso 980, y en los otros 5.667.898 o 6.600.080 evidentemente no es tarea sencilla. En estos problemas no se apunta a que conozcan "el nombre" de dicho número sino a realizar un análisis en términos de la posición de cada cifra.

Otros problemas que se pueden resolver con la calculadora son aquellos en los que se presentan cuadros de doble entrada con números dados sobre los que es necesario agregar 10, 20, 30, etc. , restar 10, 20 , 30, agregar 100, 200, 300, 1000, 2000, 3000, etc. Por ejemplo, una fábrica que aumenta cada hora en 10 su stock, o un aumento de 10 alumnos por escuela en el próximo mes[18], etc. Tablas con información sobre la cantidad de habitantes de una serie de pueblos y cómo variarían si aumentan de a 100, o según el año aumentos sucesivos de 1000 o de a 10.000, 20.000, etc. Los alumnos deben completar las nuevas listas con los números. Si bien la calculadora está habilitada para resolver los cálculos, muchos niños abandonarán su uso luego de los primeros ya que lograrán anticipar qué números varían y cuáles no (por ejemplo 34,44,54,64,74, etc. o 123, 223, 323, etc.). El docente podrá organizar en un momento posterior de trabajo colectivo que los alumnos comuniquen a sus compañeros estas regularidades encontradas e involucrar a la clase a buscar explicaciones. Por ejemplo en segundo año: *"cuando le aumentás 100, 200, 300 el único número que cambia es el de los cienes",* o en cuarto año: *"al aumentar 10.000, 20.000, 30.000 el que cambia es el de las decenas de mil y los otros no"*, etc. Se intenta que los niños reflexionen acerca del valor de los números según la posición que ocupan.

Otros problemas que también apuntan al análisis de aspectos de nuestro sistema de numeración son los siguientes:

---

[16] Algunos de estos problemas han sido tomado de Lerner y Sadovsky, 1994.
[17] Ver producciones de niños de este problema en el Documento: "Orientaciones Didácticas para el trabajo con los Números en los primeros años de la EGB"
[18] Un análisis de este tipo de problemas ha sido presentado por Ponce y Tasca (2001) integrantes del equipo de investigación dirigido por Delia Lerner, UBACYT.

“Coloquen en el visor de la calculadora el número 123. ¿Qué harían para que aparezca el número 100 sin borrar?”

“Malena tecleó en la calculadora el número 24, pero se confundió y quería que apareciera el 124. ¿Qué puede hacer sin borrar todo para cambiarlo?”

“En la calculadora de Camilo quiero hacer 222 + 32 pero no funciona la tecla del 2. ¿Cómo puedo resolverlo sin usar esa tecla?”

Y problemas en los que se apunta a una descomposición aditiva como por ejemplo:

“¿Cómo harían para obtener con la calculadora el número 245 usando únicamente las teclas 0 , 1 y las operaciones que necesiten?

En este caso se espera que los alumnos puedan considerar que el 245 es 200+40+5 y por lo tanto 100+100+10+10+10+10+1+1+1+1+1.

O bien, en cuarto o quinto año promover una descomposición multiplicativa de los números:

“Obtené en la calculadora el número 3456 usando solamente los números del 1 al 9, 10, 100 y 1000 y los signos + y x”

Este problema apunta a que los alumnos puedan pensar el 3456 como 3x 1000 + 4 x 100 + 5 x 10 + 6.

V- La calculadora para aprender más sobre los números decimales y fraccionarios (Segundo y tercer ciclo de EGB).

La calculadora también es una herramienta que permite plantear problemas que contribuyen al análisis del valor posicional en los llamados “números decimales”, es decir en las expresiones decimales de los números racionales[19]. Similares a los problemas presentados para los números naturales para los primeros años, un tipo de problemas para quinto o sexto año son aquellos que exigen realizar una transformación de alguna de las cifras[20]. Por ejemplo:

> *“Escribir en la calculadora el número 5,34. ¿Qué cuentas podrías hacer para que cambie el 5 por otro número pero que los otros queden igual? ¿Y para que cambie el 3? ¿Y para que cambie el 4? Anotalas en la carpeta y probá con la calculadora”*

[19] En el Diseño Curricular se presentan contenidos de segundo ciclo relacionados con estas actividades: “Números naturales y decimales. Comparación y ordenación con uso de las reglas del sistema de numeración”.

Este problema exige por ejemplo analizar que para cambiar el 5 es necesario agregar o restar unidades, en cambio para que cambie el 3 ó el 4, dado que ocupan la posición de décimos o centésimos, será necesario agregar o quitar 0,1 ; 0,2 ; etc. o bien 0, 01 ; 0,02 ; etc. Pone en juego un análisis del valor posicional en los números decimales. La exigencia de registro escrito en la carpeta apunta a evitar los procedimientos de búsqueda azarosa y a provocar en su lugar una anticipación. Luego la calculadora permitirá simplemente ejercer el control de dichas anticipaciones realizadas.

Otros problemas que también apuntan a investigar el valor de los números según la posición que ocupan y a reconocer los efectos de la multiplicación o división por la unidad seguida de ceros podrían ser:

"Escribir en la calculadora el número 3,4. ¿Qué cuentas podrías hacer para que cambie la coma de lugar? Anotalas en la carpeta y probá con la calculadora"

"Escribir en la calculadora el número 34. ¿Qué cuentas podrías hacer para que se transforme en 3, 4?¿Y en 0,34? Anotalas en la carpeta y probá con la calculadora"

En estos problemas la finalidad es que los alumnos analicen cómo varía el lugar de la coma al transformarse las unidades en décimos, los décimos en centésimos, las unidades en centésimos o viceversa según si se multiplica o se divide por 10 o por 100, etc. Se intentará que los alumnos encuentren y elaboren razones acerca de por qué se modifica el lugar de la coma decimal.

Solicitarles luego a los alumnos que elaboren explicaciones escritas en forma grupal acerca de "cómo hacen para darse cuenta de que operaciones tienen que hacer" busca producir una explicitación de las propiedades de los números.

Otros problemas similares son los siguientes:

"Si tenés en la pantalla de la calculadora el número 13,54 ¿qué calculo tenés que hacer para obtener 13, 04? (Con una sola cuenta)"

En este problema es habitual que muchos niños consideren que hay que restarle 5, en lugar de 0,5. La puesta en común apuntará a reconocer justamente que ese 5 vale 0,5 por la posición que ocupa. O bien:

"Transformar el 1,987 de la pantalla de la calculadora en 1,007 con una sola cuenta"
"Convertir el 456.678,987 de la pantalla en 400.000,007 con un solo cálculo"
"Convertir el 456.678,987 de la pantalla en 450.078,907 con un solo cálculo"

---

[20] Algunos de los problemas de este apartado han sido tomados o adaptados de los que se presentan en el documento de Desarrollo Curricular del Gobierno de la Ciudad de Buenos Aires: "Acerca de los números decimales, una secuencia posible" , 2001

Reconocer que allí se trata de restar en el primer caso 0,98, en el segundo 56.678,98 y 6600,08 en el tercero evidentemente exige un análisis riguroso del valor de los números.

Otros problemas que se pueden resolver con la calculadora son aquellos en los que se presentan cuadros de doble entrada con números dados sobre los que es necesario agregar 0,10; 0,20; 0,30, etc. , restar 0,001; 0,002 , etc. Por ejemplo, una lista de precios que se modifican en 10 centavos cada semana, una lista de medidas de longitud o de peso de ciertos productos y cómo varían si se les agrega una capa de un material que los recubre (0,01 cm ; 0,02 cm, etc. o bien 0,1 g. 0,2 g, etc.). La tarea de los alumnos reside en completar los cuadros de doble entrada con las nuevas variaciones de números y averiguarlos con la calculadora. Evidentemente, a medida que los alumnos empiezan a anticipar los resultados que van obteniendo, abandonan su uso y establecen regularidades que les permiten obtenerlos sin realizar cálculos. La puesta en común puede apuntar a que los alumnos analicen qué cifras varían y cuáles no y que establezcan explicaciones acerca de estas variaciones. Por ejemplo *"cuando le aumentás 0,01 el único número que cambia es el de los centésimos", "al aumentar 0, 0003 ó 0,0004 cambia la cifra que ocupa el lugar de los diez milésimos y los otros no"*, etc.

Otros problemas que también apuntan al análisis de este campo numérico son los siguientes:

"Marcelo tecleó en la calculadora el número 0,24 pero se confundió y quería que apareciera el 2,4. ¿Cómo puede transformar el número con una sola operación?"

Este problema busca nuevamente que los alumnos pongan en juego la multiplicación o la división de números decimales por la unidad seguida de ceros, si bien existe otra solución que es sumarle la diferencia. O bien:

"En la calculadora quiero hacer 2,22 + 2,2 pero no funciona la tecla del 2. ¿Cómo puedo resolverlo sin usar esa tecla?"

En este caso se apunta a realizar una descomposición aditiva, por ejemplo 1,11 + 1,11 + 1,1 + 1,1 que exige un alto grado de análisis del significado de cada uno de los números involucrados.

Un problema como el siguiente intenta que los alumnos consideren que el 2,45 es 2 unidades, 4 décimos y 5 centésimos y por lo tanto se puede componer realizando 1+1+0,1+0,1+0,1+0,1+0,01+0,01+0,01+0,01+0,01.

"¿Cómo harían para obtener con la calculadora el número 2,45 usando únicamente las teclas 0 , 1, la coma decimal y las operaciones que necesiten?

También se puede promover una descomposición multiplicativa de los números:

“Obtené en la calculadora el número 3,456 usando solamente los números del 0 al 9 , la coma y los signos + y x”

Este problema apunta a que los alumnos puedan pensar el 3,456 como 3 + 4 x 0,1 + 5 x 0,01 + 6 x 0,001.

Otras situaciones proponen investigar cómo se puede obtener un número decimal a partir de un cálculo con números naturales:

“Proponer con la calculadora cuentas con números naturales cuyo resultado sea 0,1; 0,01; 0,5 ; 3,2. No se puede oprimir la tecla del punto”.

A los alumnos inicialmente les parece imposible que con números naturales se obtenga un número decimal. En este caso la solución pasa por realizar divisiones entre naturales con cociente decimal, por ejemplo 1: 10 = 0,1 o bien 1:100 = 0,01 ; 32: 10, etc.

En tercer ciclo, es posible enfrentar a los alumnos con situaciones que exijan una nueva reflexión sobre el funcionamiento de los números racionales, tanto en su expresión fraccionaria como en su expresión decimal[21].

Situaciones similares han sido ya presentadas para ser tratadas en el segundo ciclo, pero si los alumnos no han tenido tal experiencia, parece pertinente que la desplieguen en este ciclo.

Un tipo de problemas implica el análisis de la relación entre la expresión fraccionaria y la decimal, intentando explicitar que toda fracción es también un cociente de números naturales. Por ejemplo, el siguiente problema:

“Usando la calculadora y números naturales, proponer operaciones que den como resultado 3,2. Proponer ahora números fraccionarios equivalentes a 3,2”.

Esta situación pone de manifiesto la idea de que un cociente entre naturales, bajo ciertas condiciones, “arroja” en el visor de la calculadora una expresión decimal. Es importante que los alumnos puedan analizar dichas condiciones y establecer en que casos el resultado será con coma y en cuales casos no. No se trata de proponer números en la calculadora azarosamente, sino que se busca la exploración en base a propiedades que garanticen la obtención del resultado esperado. Este juego de ensayo y error “controlado” permitirá que los alumnos identifiquen que hay numerosos cocientes entre enteros que arrojan como resultado 3,2, y que todos ellos son representantes de fracciones equivalentes.

[21] En el Diseño Curricular en el tercer ciclo se incluye como contenido: “Números racionales, concepto, propiedades”.

Otro tipo de situaciones que involucran el uso de la calculadora permiten poner en discusión una propiedad fundamental de los números racionales: la idea de densidad. Por ejemplo[22]:

Se trata de un juego en el que se enfrentan dos equipos A y B, que podrían estar formados, cada uno, por un alumno o dos. El docente propone al equipo A un número mayor que 1 y menor que 5 y al equipo B un número mayor que 5 y menor que 10. Ambos equipos tienen que utilizar la calculadora no científica. El equipo A solo puede utilizar la tecla + y cualquier número y el equipo B sólo usa la tecla - y cualquier número. En la primera ronda, el equipo A tiene que sumar algún número al asignado y dejar el resultado en el visor de la máquina. El equipo B tiene que restar del número asignado por el profesor, otro que elija, manteniendo el resultado en el visor de su calculadora. A continuación el equipo A suma otro número cualquiera al que quedó en el visor y el equipo B resta otro número cualquiera del que quedó en su visor y así sucesivamente. Si el equipo A obtiene un número igual o mayor al que tiene el equipo B en el visor pierde. Si el equipo B tiene obtiene un número igual o menor al que tiene A en el visor pierde.

El problema conduce a que, en determinado momento, los alumnos se vean "acorralados" en un intervalo de longitud 1. Por ejemplo, si un equipo llegó al 5 y el otro al 6, deben decidir que sumar o restar para no alcanzar al otro. Esto exige considerar números "con coma". Al continuar el juego, los alumnos vuelven a verse enfrentados a un intervalo de longitud 0,1. Por ejemplo: el equipo A llegó al 5,7 y el equipo B obtuvo 5,8. La decisión de que número sumar o restar implica un primer reconocimiento de la existencia de números entre 5,7 y 5,8. Lo mismo ocurre cuando se arriba a intervalos de menor longitud. Por ejemplo entre 5, 75 y 5,76. Allí también hay números. Una marca del reconocimiento de la "infinitud", es la expresión de algunos alumnos: *"Esto no termina nunca" , "Se puede seguir y no gana nadie".*

El recurso de la calculadora también habilitada al estudio de algunas particularidades de los números periódicos. Por un lado, el reconocimiento de la existencia de cocientes que parecen "no terminar nunca". Tal es el objeto del siguiente ejemplo:

"Inventen una cuenta entre números naturales en la calculadora, de manera tal que en el visor aparezca como resultado un número periódico".

No se trata de que los alumnos sólo tecleen cálculos en la máquina. Se busca que puedan comenzar a reconocer que no cualquier cociente entre enteros "arroja" en el visor un número periódico. Es esperable que pueda desarrollarse una discusión en torno a qué números anotar, por ejemplo: "No conviene dividir por 10, ni por 100, ni por 1000, si se eligen números mayores que 10, 100 o 1000" ; "El primero no tiene que ser múltiplo del segundo", "No sale si dividís por 2", etc.

[22] Un análisis didáctico de este problema fue presentado por Broitman, Quaranta, Itzcovich en III Simposio de Ed. Matemática, Chivilcoy, Pcia. De Bs. As., 2001.

Estas primeras ideas pueden ser objeto de análisis, intentando establecer la relación entre los restos que se van obteniendo (si se hace la cuenta “a mano”) y los números que aparecen como resultado en el visor de la calculadora. Una primera cuestión sería identificar que el período lo conforma un solo dígito si todos los restos que se van obteniendo mediante el algoritmo son iguales. Y esto vale para el análisis de otros casos, como el del siguiente ejemplo:

“Inventen una cuenta en la calculadora, de modo que el resultado que aparezca en el visor sea un número periódico, con dos cifras en su período”.

Este problema busca que los alumnos puedan reconocer que, para que el resultado del cociente tenga dos dígitos en su período, en la división “hecha a mano” deben aparecer dos restos diferentes y no más.

El siguiente ejemplo intenta hacer explícita la relación entre la cantidad de dígitos que hay en un número periódico y los diferentes restos que pueden aparecer en un cociente, si se apela al algoritmo convencional:

“¿Será posible encontrar una cuenta de dividir por 7 en la calculadora, en la cual el resultado sea un número periódico que tenga siete cifras en su período? ¿Por qué?”

Evidentemente, la calculadora es un instrumento que permite explorar más o menos rápidamente. Pero esconde los motivos por los cuales arroja los resultado que aparecen en el visor. Es responsabilidad del docente retomar dichas exploraciones intentando que los alumnos busquen argumentos que sostengan los resultados que surgen en la máquina. En este caso, reconocer que al dividir un número por 7, los posibles restos que irán apareciendo variarán entre los números 0 y 6. Si el resto es 0, la cuenta termina. Con lo cual quedan 6 restos posibles. Si aparecen todos al hacer la cuenta “a mano” , el resultado del cociente tendrá 6 números en el período:

```
41         |  7
  60       |________
             5,8571428…
    40
      50
        10
          30
            20
              60  y vuelve a comenzar
```

VI La calculadora para aprender más sobre porcentaje (Primero y segundo ciclo de EGB)

La calculadora también es un instrumento que permite “revisitar” la idea de porcentaje, explorando algunas relaciones que no son explícitas en la máquina. Por un lado, hay que brindarles información a los alumnos para que reconozcan la posibilidad de obtener porcentajes de las cantidades que se desee, usando este instrumento. Tal es el objetivo del siguiente ejemplo:

"¿Cómo harías para determinar el 15% de 70, utilizando la calculadora?"

Muchos alumnos del tercer ciclo no reconocen en la calculadora la tecla que determina el porcentaje (algunos hasta la confunden con la tecla de dividir) y, aunque la identifiquen, no se dan cuenta de cómo se utiliza. Es necesario aportar información con la finalidad de que todos los alumnos logren obtener porcentajes usando la calculadora.

También es posible discutir con los alumnos la idea de que se podría haber hecho 70 x 0,15, reconociendo de esta manera el 15% a partir de 15 : 100= 0,15

Una vez identificado el modo de funcionamiento, se les podrá proponer a los alumnos la resolución de una variedad de problemas que impliquen un desafío aún mayor, como por ejemplo, el siguiente caso:

"El boleto costaba antes 60 centavos. Ahora cuesta 75 centavos. ¿Cuál es el porcentaje de aumento?. ¿Cómo lo determinarías, usando la calculadora?"

Es interesante que los alumnos encuentren recursos que les permitan no solo obtener porcentajes, sino determinar el porcentaje que implica alguna variación de una cantidad determinada

Por otro lado, es importante que los alumnos dispongan del conocimiento que les permita calcular aumentos o descuentos, con la calculadora, como es el caso del siguiente ejemplo:

"Para bonificarme con un descuento del 12%, sobre una compra que hice de $ 84, un empleado oprime en la calculadora común las siguientes teclas: 84 x 12 % - = obteniendo 73,92 . ¿Será esa la cantidad que debo abonar?"

En numerosas situaciones, oprimimos teclas bajo un cierto control de las acciones. En el caso del ejemplo, un cálculo posible es buscar el 12% de 84 (10,08) y, una vez obtenido este valor, restárselo a 84 (84 – 10,08 = 73,92). Pero en la calculadora es posible de hacer todo este cálculo de un solo. Este tipo de situaciones implica escrituras que si bien, no son reconocidas matemáticamente (84 x 12% - =) sí son aceptadas por la calculadora como parte de sus características de funcionamiento.

Pero hay ciertas reglas de dicho funcionamiento que obedecen a propiedades de las operaciones, tal es el caso del siguiente ejemplo:

"El precio de una camisa es de $ 14. Sufre un incremento del 16%. ¿Cómo determinarías el nuevo precio usando la calculadora?. Para resolver este problema,

muchos empleados de comercios hacen lo siguiente, con una calculadora común: 14 x 1.16 = , obteniendo directamente el nuevo precio. ¿Podrías explicar por qué, realizando dicha cuenta, se obtiene directamente el nuevo precio?"

En este caso, la primera parte es posible de ser resuelta apelando al recurso del problema anterior. En tanto que la segunda parte implica un análisis más detallado. Esto es, al multiplicar 14 x 1,16 lo que se pone en juego es la idea de pensar al 16% como 16 dividido 100, o sea 0,16. En consecuencia, hacer 14 x 1,16 es equivalente a realizar 14 x (1 + 0,16) de donde se obtiene (por propiedad distributiva) 14 + 14 x 0,16, y este cálculo es 14 más su 16%. Nuevamente la calculadora aparece como recurso que permite una exploración con cierto grado de control, pero los motivos por los cuales se obtienen los resultados se vuelven a apoyar en las propiedades de las operaciones.

VII La calculadora para aprender más sobre los números enteros (Tercer ciclo de EGB)

El trabajo con los números enteros es posible de ser pensado a partir de situaciones que pongan en funcionamiento este campo numérico. Tal es el caso del juego del "chin-chon", las temperaturas, las alturas, etc. Pero también es pertinente que los alumnos se involucren en el trabajo en torno a algunas propiedades que cumplen estos números y sus operaciones, a partir de extender el campo de números naturales o la recta numérica[23].

La calculadora permitirá explorar algunas propiedades que verifican las operaciones entre enteros, a partir de sus propias ideas y de la interacción con la máquina, tal es el caso del siguiente ejemplo:

"Tecleá en la calculadora el número 28. ¿Qué habría que hacer con la máquina para que aparezca el número –1 sin borrar nada?"

En este caso se espera que los alumnos identifiquen que para obtener un número negativo, hay que restar un valor mayor al que figura en el visor, y a su vez, para que el resultado sea -1, debe ser uno más que el de partida.

También será necesario informar a los alumnos como se logra que aparezca en el visor el número - 36, a partir de la tecla que está presente en muchas máquinas: +/-. Y, a partir de allí, proponer a los alumnos un problema como el siguiente:

"Si en el visor de la calculadora escribimos el número - 42. ¿Qué se podrá hacer con la máquina para que aparezca el 0, sin borrar nada?"

---

[23] El contenido relacionado con estas actividades que aparece en el Tercer Ciclo del Diseño Curricular de la Pcia. de Bs. As. es: "Números enteros. Propiedades".

Este problema permite analizar la existencia de un número que, sumado al dado, permite alcanzar el cero. El apoyo en la recta numérica favorecerá la identificación de cualquier número y su inverso aditivo (o su opuesto), estableciendo que ambos números están a la misma distancia del 0.

Otro aspecto que puede ser abordado desde el uso de la calculadora es el trabajo sobre la multiplicación de enteros. Para ello, si los alumnos aún no conocen la regla de los signos, se podría proponerles la anticipación del resultado de hacer 3 x (-2) y promover un debate en torno a dichas anticipaciones. Los alumnos no arrojarán resultados al azar. Pensarán en que debería dar 6 o -6. La calculadora podría aportar información. Si tecleamos en la máquina 3 x 2 +/- = aparece el resultado -6. Es aquí donde el docente podría proponer un análisis de por qué da este resultado y no otro. Lo mismo para cálculos del tipo (-4) x (-3). ¿Cuál será el resultado? ¿Cómo obtenerlo con la calculadora?

En el mismo sentido de lo que venimos diciendo, se puede proponer a los alumnos un problema como el siguiente, para ser pensado con una calculadora científica:

"En la calculadora científica, si tecleamos 24 + 6 x 4 = aparece en el visor de la máquina el 48. ¿Se podrá teclear en la calculadora el número 24 y sumarle un producto entre dos números enteros, de manera tal que el resultado que arroje la máquina sea 0?"

Este problema intenta poner de relieve que el resultado de un producto entre enteros puede ser negativo o positivo, y en consecuencia, hay que armar, de alguna manera, un producto que dé por resultado -24, habilitando el siguiente interrogante: ¿Cómo ingreso dos números en la calculadora de modo tal que su producto sea -24?

A modo de cierre

Hemos intentado presentar a lo largo de este documento una serie de problemas organizados según los contenidos que se abordan y el ciclo para el que se proponen. El denominador común de las situaciones es que el uso de la calculadora no exime al alumno de la actividad matemática de anticipación. Son problemas en los que la máquina no reemplaza la actividad intelectual del alumno, sino que por el contrario, se presenta como una herramienta que permite explorar, indagar, formular conjeturas, economizar recursos, pero siempre bajo el control del conocimiento matemático, único que garantiza la validez de lo que "nos dice" la calculadora.

Evidentemente ésta no da explicaciones de los resultados que arroja. Será responsabilidad del docente "presionar" para que los alumnos se involucren en la búsqueda de argumentos que justifiquen los resultados que obtienen con la misma.

Hemos tratado en la elaboración de este documento de considerar las frecuentes dudas y temores de los docentes que surgían en los encuentros. Por ello hemos enfatizado como esta herramienta no solo no restringe los conocimientos de los alumnos sino que posibilita ampliarlos.

Sabemos que su uso es tema actual de debate en las instituciones. Nuestra intención ha sido ofrecer aportes para contribuir al mismo.

Bibliografía (para los diferentes contenidos que se abordan)

- Barallobres, G.; Itzcovich, H; Sadovsky, P ; Sessa, C (2001): Documento para séptimo grado. Dirección de Currícula. G.C.B.A.
- Broitman, C. (1999): Las operaciones en el primer ciclo. Aportes para el trabajo en el aula. Ediciones Novedades Educativas. Bs. As.
- Broitman, C.; Quaranta, M.E. e Itzcovich, H. (2001): "Algunos problemas para la enseñanza de los números decimales en el segundo ciclo de la EGB". Comunicación presentada III Simposio de Educación Matemática, Chivilcoy, Pcia. de Bs. As.
- Brousseau, G (1994) Problemas en la Enseñanza de los decimales. Problemas de didáctica de los decimales. Publicación de IMAF, Universidad Nacional de Córdoba.
- Carraher, T.; Carraher, D. ; y Schliemann, A. (1991): En la vida diez, en la escuela cero. México, Siglo XXI
- Charnay, R (1994): "Aprender por medio de la resolución de problemas". En: Didáctica de Matemáticas, Parra, C y Saiz,I.(Comp),Editorial Paidós.
- Diseño Curricular Provincia de Bs. As. Tomo I (1999).
- Diseño Curricular Provincia de Bs. As. Tomo I y Tomo II (1999 y 2001).
- Documento Nº 1 /97. Gabinete Pedagógico Curricular – Matemática- D.E.P. Prov. Bs. As.
- Documento Nº 1 /99. Gabinete Pedagógico Curricular – Matemática- D.E.P. Prov. Bs. As.
- Documento Nº 2/01. Gabinete Pedagógico Curricular – Matemática- D.E.P. Prov. Bs. As. "Orientaciones Didácticas para la Enseñanza de la División en los tres ciclos de la EGB".
- Documento Nº 4/01. Gabinete Pedagógico Curricular – Matemática- D.E.P. Prov. Bs. As. "Orientaciones Didácticas para la Enseñanza de la Multiplicación en los tres ciclos de la EGB".
- Documento Nº 5/01. Gabinete Pedagógico Curricular – Matemática- D.E.P. Prov. Bs. As. "Orientaciones didácticas para el trabajo con los números en los primeros años".
- Ferreiro, E. (1986): El cálculo escolar y el cálculo con dinero en situación inflacionaria" , en: Proceso de alfabetización. La alfabetización en proceso. Bs. As. CEAL
- Lerner, D. : "La Matemática en la escuela" Buenos Aires, Ed Aique. 1992
- Lerner, D.; Sadovsky, P. y Wolman, S. (1994): "El sistema de numeración: un problema didáctico". En Parra, C. y Saiz, I. (comps.): Didáctica de matemáticas, Bs.As., Paidós.
- Panizza, M. y Sadovsky, P. (1992): El papel del problema en la construcción de conocimientos matemáticos. El caso de la proporcionalidad. FLACSO

- Parra, C. (1994): "El cálculo mental en la escuela Primaria", en Parra y Saiz, Didáctica de Matemática. Paidós.
- Parra, C. y Saiz,I.(1992): Los niños, los maestros y los números. Desarrollo Curricular. Matemática para 1ro y 2do grado. GCBA.
- Ponce, H. y Tasca, F. (2001) "Lo aditivo y lo multiplicativo en la comprensión del sistema de numeración. Una indagación didáctica", ponencia presentada en la Decimoquinta Reunión Latinoamericana de Matemática Educativa, Bs. As.
- Sadovsky, Parra, Itzcovich, Broitman (1997): Documento de Actualización Didáctica nº4. Matemática. Segundo Ciclo de la EGB, MCBA
- Sadovsky, Parra, Itzcovich, Broitman (1999): Pre Diseño Curricular. Matemática. (Tomos: Marco Gral., EGB 1 y EGB 2). Gobierno de la Ciudad de Buenos Aires.
- Sadovsky, P. ; Broitman, C. ; Itzcovich, H.; Quaranta, M. E. (2001): "Acerca de los números decimales, una secuencia posible". Documento de Desarrollo Curricular . Dirección de Currícula de la Secretaría de Educación del Gobierno de la Ciudad de Buenos Aires.
- Saiz, I. "Dividir con dificultad o la dificultad de dividir" en Parra y Saiz, op. cit.