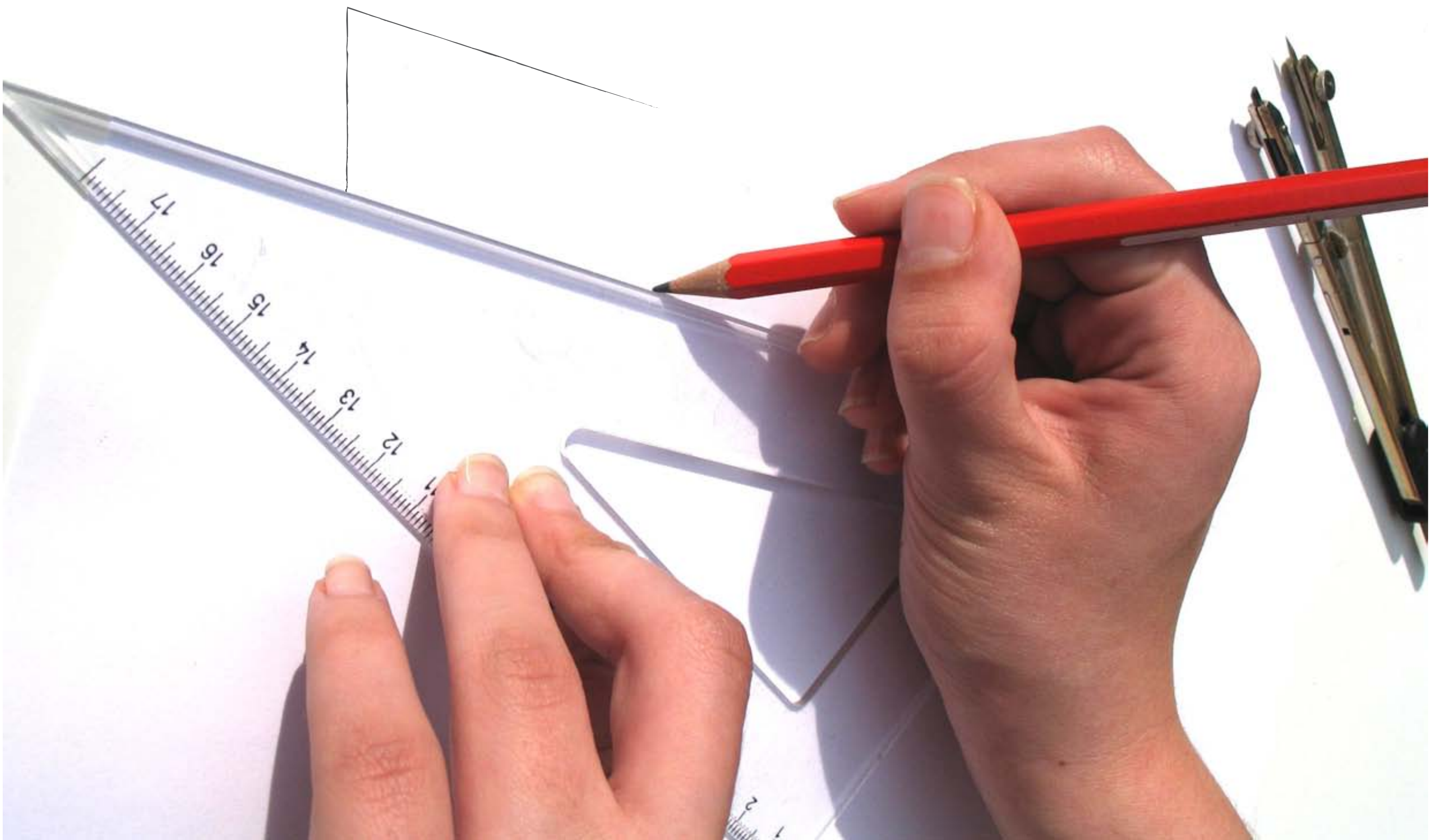
12(ntes)
DIGITAL para el día a día en la escuela

Número 3
Año 1
2009

La enseñanza de la geometría en la escuela

Como van a explicar algunos de los autores y entrevistados, hace ya algunas décadas que la geometría fue perdiendo cierto lugar en la enseñanza de la matemática en la escuela. Esta pérdida es traducida muchas veces en una preocupación compartida por docentes, supervisores, capacitadores, por la ausencia de contenidos geométricos en las clases. Asimismo, existe cierto desconocimiento acerca de cuál debería ser el objeto de la enseñanza de la geometría, cuáles sus propósitos y de qué modo introducirla en el aula.

Tal es así, que hemos decidido dedicar este número de *12(ntes) DIGITAL para el día a día en la escuela* completo a la enseñanza de la geometría. Tanto para consultar con los especialistas sobre su sentido, sus propósitos y objetivos, como también con el fin de incluir algunas propuestas concretas para introducir los contenidos de geometría en las clases de matemática, según el ciclo o nivel de la enseñanza. Esperamos que su lectura signifique un aporte y como siempre, son bienvenidas sus contribuciones –escritos sobre el tema, experiencias o propuestas concretas- vía e-mail, así como también sus comentarios.



CARTA DEL DIRECTOR

Tal como venimos anticipando, tenemos el agrado de contarles que, ya comenzamos con las transmisiones de Radio 12(ntes) a través de Internet. Ya contamos con programas sobre gestión de instituciones educativas, educación inicial e infancia, enseñanza de las ciencias sociales en la escuela, bibliotecas y literatura infantil, investigaciones y coaching. Los mismos serán, salvo excepciones, en vivo. Un poco más adelante comenzaremos con programas relacionados con la educación ambiental, las discapacidades, etc.

Radio 12(ntes) es un emprendimiento cuya finalidad es la de acercar a todos los docentes y profesionales relacionados con la educación, programas de difusión de herramientas de trabajo, de reflexión y de intercambio relacionados con distintos aspectos de la actividad educativa. La idea es cubrir todos los ciclos y niveles, todas las modalidades y todos los aspectos. Queremos llegar gratuitamente a todos. Para eso necesitamos que lo difundan.

Es fácil acceder: se puede hacer desde cualquier computadora conectada a Internet. No hace falta tener banda ancha. En breve les enviaremos la programación y el modo de conectarse para que nos escuchen.

¡Los esperamos!

Gustavo Gotbeter

Radio 12(ntes)

¡A la dirección!
Un programa para acompañar la tarea de los equipos de conducción escolar
Lunes 18: 00 hs
Conducen: Gabriel Charrúa y Diego Schermuk

Laboratorio de educación
Una mirada sobre la investigación educativa de hoy y su contribución al campo pedagógico´
Martes 18:00 hs
Conducen: Victoria Rio y Gustavo Gotbeter

Crear contextos educación
Un espacio para el aprendizaje de la escucha en contextos educativos.
Miércoles 17:30 hs
Conducen: Eva Sarka Y Mercedes Probst

Agenda infancia
Un compromiso con la educación de los niños
Miércoles 18:00 hs
Programa del Comité Argentino de la O.M.E.P.

Puertolibro, un lugar de historias
De aquí, de allá, de ayer, de hoy, de siempre
Jueves 18:00 hs
Conduce: Cecilia Fernández

Enseñar sociales en la escuela
Un aporte para ayudar a los chicos a conocer y comprender el mundo social.
Viernes 18:00 hs
Conduce: Gustavo Gotbeter

radio@12ntes.com

SUMARIO

STAFF

Director editorial:
Gustavo Gotbeter

Equipo editorial:
Victoria Rio
Gabriel Charrúa
Daniela Levinas

Diseño grafico:
Eliana Tyszberowicz

12(ntes) DIGITAL para el día a día
Vidt 2198 4 Piso J. - C.A.B.A. - Argentina
Tel. (011) 4824 - 0662 / (011) 6698 - 1966
info12ntes.com // www.12ntes.com

Las notas firmadas son de exclusiva responsabilidad de sus autores.

Entrevista a Horacio Itzcovich y Claudia Broitman

¿Cuál es el sentido de enseñar geometría en la escuela primaria? ¿Por qué sus contenidos han perdido espacio curricular en el último tiempo? ¿Qué objetivos persigue su enseñanza? Para contestar estas y otras preguntas, 12(ntes) entrevistó a Horacio Itzcovich y a Claudia Broitman, especialistas en el tema.

**** Claudia Broitman***

Es Profesora de Enseñanza Primaria y Licenciada en Ciencias de la Educación (UBA). Integra el Equipo de Matemática de la Dirección de Curriculum de la Ciudad de Bs. As. Coordina el Área de Matemática de la Red Latinoamericana de Alfabetización- Argentina. Es Profesora de Didáctica de Matemática en la Carrera de CIencias de la Educación de la UNLP y de Matemática en el Nivel Inicial del Normal 1, GCBA

**** Horacio Itzcovich***

Es Profesor Universitario de Matemática (UBA). Integra el equipo de matemática de la Dirección de Currícula, GCBA. Coordina el equipo de matemática PEF-Univ. San Andrés y el equipo de Matemática del Proyecto Bicentenario-IIPE-UNESCO.

Geometría en el primer ciclo

*Por Silvia Altman, Claudia Comparatore y Liliana Kurzrok**

INTRODUCCIÓN

Cuando planificamos enseñar geometría en el 1er. ciclo debemos tener en cuenta dos aspectos importantes.

- Qué es un problema geométrico
- Cuáles son los objetivos que nos proponemos al enseñar geometría

El trabajo central en la clase de matemática es "resolver problemas"pero, ¿a qué nos referimos al decir problema? Jean Brun indica:

"Desde una perspectiva psicológica, un problema se define generalmente como una situación inicial con una finalidad a lograr, que demanda a un sujeto elaborar una serie de acciones u operaciones para lograrlo. Solo se habla de problema, dentro de una situación sujeto/situación, donde la solución no está disponible de entrada, pero es posible construirla."

Esto nos indica que muchas de las ejercitaciones que vemos en las aulas no tienen el carácter de problema. Cuando los diseños curriculares se refieren a la resolución de problemas, describen situaciones en las que los alumnos ponen en juego los conocimientos que ya poseen, los cuestionan y los modifican, generando nuevos conocimientos. Si un alumno, al leer una actividad, puede resolverla sin dificultades, ella dejó de ser problema para ese alumno. Para que una actividad sea considerada un problema, es necesario que genere incertidumbre en el alumno y que tenga distintas formas de resolución. Para resolverla, el niño debe probar, equivocarse, recomenzar a partir del error, construir modelos, proponer soluciones, defenderlas, discutirlas, comunicar los procedimientos y conclusiones. Para que una situación sea considerada problema, no es necesario que tenga un contexto de la vida cotidiana, sino que debe plantear un desafío a resolver. Es importante tener en cuenta que si el desafío es de un grado de dificultad muy alto, puede suceder que los alumnos no se hagan cargo de ella por considerarla lejana.

En síntesis, una situación se transforma en problema cuando el alumno la reconoce como tal y decide hacerse cargo de ella.

Bajo esta perspectiva, un problema geométrico es aquel en el cual se ponen en juego las propiedades de los objetos geométricos en su resolución, pone en interacción al alumno con objetos que ya no pertenecen al espacio físico sino a un espacio conceptualizado representado por las figuras dibujos. Estos dibujos no cumplen, en la resolución del problema, la función de permitir llegar a la respuesta por simple constatación sensorial. La decisión autónoma de los alumnos acerca de la verdad o falsedad de sus respuestas se apoya en las propiedades de las figuras y los cuerpos. Sus argumentaciones producen nuevos conocimientos sobre estos objetos geométricos.

Los diseños curriculares sugieren, para el primer ciclo, un trabajo alrededor de las características de las figuras y de los cuerpos geométricos.

El orden en que se presentan las figuras y los cuerpos no se considera fundamental. Se destaca la importancia del desarrollo de un trabajo en torno a las relaciones entre los mismos, a partir de la construcción de cuerpos con diferentes figuras, la determinación de las "huellas" o sombras que cada cuerpo produce, entre otros.

La propuesta de actividades de exploración se presenta como un buen punto de partida para el trabajo con las figuras geométricas, aunque se destaca la importancia de que los alumnos puedan ir evolucionando en sus conocimientos, basados puramente en lo perceptivo, para que comiencen a analizar las propiedades de las figuras, sus relaciones y sus elementos. Para ello, es importante que la presentación de las figuras se haga de diversas maneras, en distintas posiciones, con diferentes tamaños. Es usual que cuando se les presenta una figura en una misma posición en todo momento, los chicos no la reconozcan cuando la encuentran en una posición diferente.

Por otro lado, se sostiene que la geometría es un terreno fértil para introducir a los alumnos en la validación y argumentación acerca de la verdad de las respuestas que obtienen. En estos primeros años, en algunos problemas, se puede aceptar que lo hagan a través de estrategias más empíricas; esta aproximación sentará las bases para el trabajo acerca de la argumentación que tendrá lugar en los siguientes ciclos. Es fundamental tener en cuenta que en estos primeros años los alumnos irán incorporando nuevo vocabulario que les permitirá describir mejor las relaciones que van estableciendo, este es un trabajo progresivo que lleva un proceso, es por ello que en muchas ocasiones nos encontraremos con definiciones provisorias que se irán puliendo a medida que avancen en la escolaridad. Es necesario destacar que no es allí donde tenemos que poner el acento sino en las características que hay que identificar en cada una de las figuras, pues será este trabajo el que haga necesario la incorporación del nuevo vocabulario con el objetivo de mejorar la comunicación tanto oral como escrita.

Podemos plantear diferentes propuestas para poner en juego estas concepciones.

El objetivo de estas actividades es que, a partir de distintas consignas, los alumnos identifiquen las figuras a través de sus características particulares.

Estas actividades son muy fértiles a la hora de determinar qué es necesario para identificar una figura o un cuerpo. Son actividades de comunicación que también fomentan el uso de un lenguaje adecuado para que el compañero entienda de qué se está hablando.

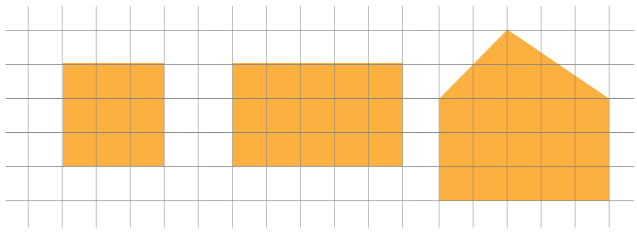
El intercambio entre los compañeros es fundamental pues entre ellos se permiten dudar o no aceptar la opinión del otro. Si se centra la tarea en la explicación del docente, los alumnos no podrán descubrir las relaciones necesarias, todo se limita a la repetición de lo que el docente diga en su exposición.

Proponemos una secuencia para trabajar sobre las figuras geométricas en primer ciclo. Según los conocimientos previos de los alumnos, las mismas pueden adaptarse a los diferentes grados del mismo.

LA SECUENCIA DIDÁCTICA

Actividad 1:
Copiado de figuras en papel cuadriculado

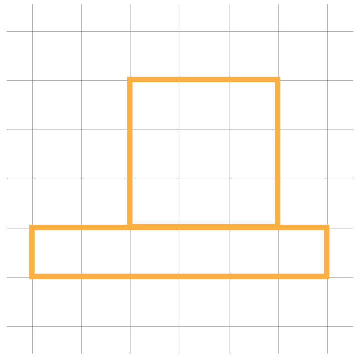
Problema 1
Copien en papel cuadriculado estas figuras. Tienen que ser exactamente iguales, eso significa que si superponen las dos figuras y las miran a trasluz tiene que verse la misma figura.



Cuando les pedimos a los alumnos que copien una figura no estamos pensando en que repitan un conjunto de pasos a seguir que fueron previamente hechos por el docente sino que investiguen las propiedades que caracterizan a una figura y que no resultan evidentes.

Esta misma actividad, con o sin papel cuadriculado, tiene otro nivel de dificultad. La decisión de trabajar sobre papel cuadriculado en 1er. ciclo permite que queden implícitas ciertas cuestiones que serán trabajadas en ciclos posteriores como por ejemplo, ángulos rectos, paralelismo, etc.

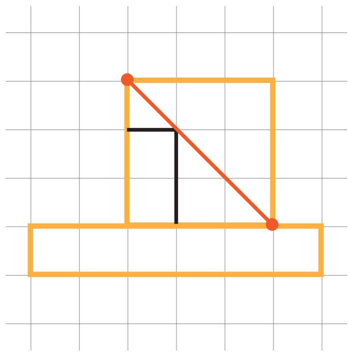
Problema 2
Copien, en papel cuadriculado, esta figura



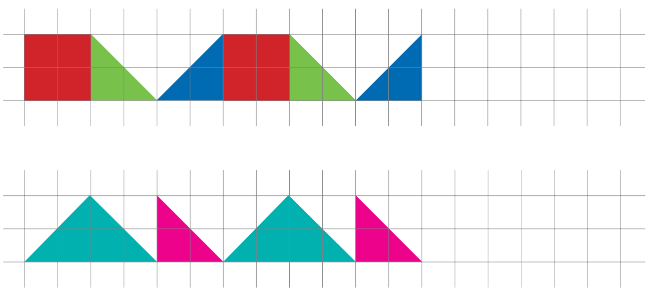
El copiado de figuras requiere, además, de la identificación del número de lados, el reconocimiento de las posiciones relativas de los mismos y su longitud. El papel cuadriculado facilita la medición de las longitudes porque la misma se limita a contar el número de cuadraditos que ocupa cada lado vertical u horizontal.

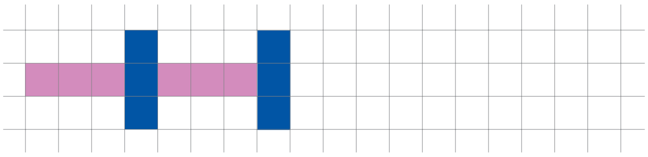
Una vez que los alumnos terminan la construcción, pueden superponer la copia con el original para verificar si quedaron iguales. Es fundamental incentivar a los niños a que validen sus procesos. A partir de la validación, los alumnos pueden hacer juicio respecto a su propia producción; es el modo de incentivar alumnos autónomos y es la manera de promover la decisión autónoma del alumno acerca de la verdad o falsedad de su respuesta.

Problema 3:
En segundo y tercer grado se pueden agregar figuras más complejas, para segundo grado puede incluirse, por ejemplo, una diagonal al cuadrado. En tercero se puede presentar una figura como la siguiente



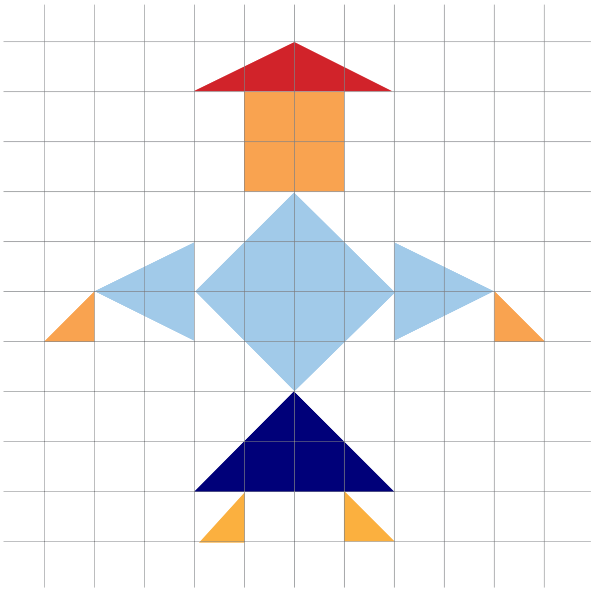
Problema 4:
Completen estas guardas





En estas actividades, los niños tienen que identificar la secuencia y también los colores a utilizar. Esto agrega a la actividad un contenido diferente. Nuevamente, en estas actividades, la posibilidad de verificación a cargo de los alumnos genera que comiencen a pensar en que tienen herramientas para convertirse en individuos autónomos.

Problema 5
a. Copien esta figura.



b. Indiquen cuántos triángulos forman esta figura.
c. Indiquen cuántos cuadriláteros forman esta figura.

Cuando los niños ya están familiarizados con las actividades anteriores y teniendo en cuenta que es necesario que los alumnos resuelvan diferentes problemas vinculados a un mismo contenido, podemos pedirles que copien figuras más complejas como la anterior. En esta actividad, se les pide también que comiencen a identificar cuáles son las figuras que la componen.

Actividad 2:
Reconocimiento de figuras y cuerpos

Muchas veces observamos que los niños no pueden identificar las diferencias entre las figuras y los cuerpos. Proponemos entonces esta secuencia de actividades.

Problema 1:
Junten diferentes cajas y potes vacíos. Pónganle un nombre a cada una. Por ejemplo:

Caja de zapatos

Lata de gaseosa

Pinten con tempera cada una de las caras y apóyenla en una hoja lisa.
Observen las huellas que dejan las cajas.

En la puesta en común puede analizarse cómo son las caras de los distintos potes y cajas y hacer hincapié en que las huellas son figuras que toman las caras de los cuerpos.

Problema 2
Escriban distintos potes y cajas que puedan dejar estas huellas.

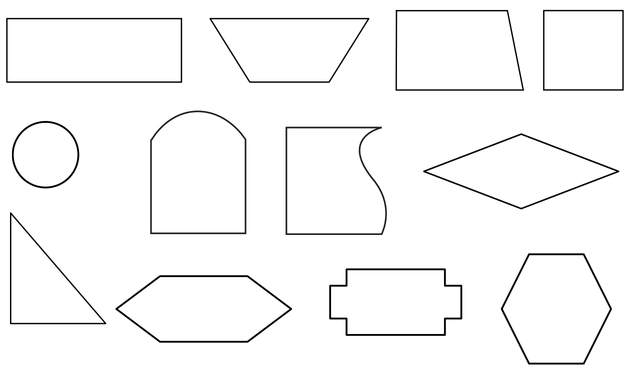
Esta actividad pone en juego lo analizado en la anterior y permite la reinversión de los contenidos aprendidos. Vuelvan a realizar una puesta en común y hagan una lista con todas las propuestas de los alumnos.

Actividad 3:
¿Qué figura?

El objetivo de esta actividad es que los alumnos identifiquen figuras dentro de una colección. La colección debe ser lo suficientemente variada de modo de que sea necesaria la explicitación de las similitudes y diferencias entre ellas, aún sin conocer los nombres de cada una.

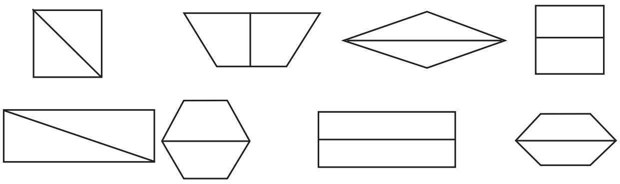
Todas las figuras y cuerpos dibujados tienen que ser del mismo color y del mismo tamaño para que estos atributos no sirvan para identificar cada uno dentro del conjunto.

Problema 1
El docente le entrega a cada alumno un juego de cartas, cada una tiene dibujada una figura. Los alumnos se organizan en parejas. Cada alumno elige, por turno, una carta que aparta del resto. El otro alumno de la pareja debe formular preguntas que puedan responderse solo con SÍ o con NO. Cuando un participante considera que tiene información suficiente para identificar de qué carta es, en su turno, la propone. Si es correcta, gana 10 puntos. Si no es correcta, cuenta al resto de los alumnos cuáles son los datos que consideraron y se propone un intercambio de ideas acerca de cuál fue el error del grupo.
Después de jugar varias veces, el docente propone un intercambio entre todos para analizar cuáles son las preguntas que resultaron más útiles.



En tercer grado se pueden complejizar las figuras incorporando ideas de lados paralelos o perpendiculares, puntos medios de los lados, segmentos interiores a una figura o diagonales.

Podrían considerarse estas nuevas cartas.



En la puesta en común, es necesario analizar, a partir de las siguientes características, si se trata de una figura:

- Tiene solo dos diagonales y sus lados no son todos iguales
- No tiene diagonales
- Tiene tres vértices y tres lados.
- Tiene distinta cantidad de vértices que de lados.
- Tienen igual cantidad de diagonales que de vértices.

Un juego similar se puede organizar con cartas en las que se incluyan imágenes de diferentes cuerpos geométricos.

Problema 2:
En un grado decidieron jugar al juego de descubrir la figura sin hablar. Cada uno le escribe las preguntas al otro y este responde por escrito.
Descubran qué figura había elegido cada uno de estos chicos.

a. Juan: ¿Tiene 4 lados?	Pedro: No
Juan: ¿Tiene 3 lados?	Pedro: No
Juan: ¿Tiene 5 lados?	Pedro: Sí
Juan ¿Los lados son iguales?	Pedro: No

b. Lucas: ¿Tiene 4 lados?	Marcos: Sí
Lucas: ¿Los lados son iguales?	Marcos: No
Lucas: ¿Tiene algún lado curvo?	Marcos: Sí

Este tipo de actividades permite reflexionar sobre lo que se trabajó en el juego anterior.

A partir de este tipo de actividades se puede identificar cuáles son las características que define a cada una de las figuras. ■

BIBLIOGRAFÍA

• Broitman, C. ; Itzcovich, H. (2003): "Geometría en los primeros grados de la escuela primaria: problemas de su enseñanza, problemas para su enseñanza" en: Panizza (comp.) Enseñar matemática en el Nivel Inicial y primer ciclo de EGB: Análisis y Propuestas. Paidós.
• Broitman, C., Itzcovich, H. (2002): Figuras y cuerpos geométricos. Propuestas para su enseñanza. Bs. As. Novedades Educativas.
• Castro, A (2000): "Actividades de Exploración con cuerpos geométricos. Análisis de una propuesta de trabajo para la sala de cinco" en: Malajovich (comp): Recorridos didácticos en la educación Inicial. Paidós. Bs. As.
• Diseño Curricular para la Educación Primaria -2008- Gobierno de la Provincia de Buenos Aires.
• Dirección General de Educación Básica. Pcia. de Bs. As. (2001): Orientacionesdidácticas para la enseñanza de la Geometría en EGB. Documento Nº 3/01. Matemática
DGEB. Prov. Bs. As.
• Fregona, D. (1995): Fregona, D. (1995): Les figures planes comme "milieu" dans l'enseignement de la géométrie : interactions, contrats et transpositions didactiques. Thèse, Université de Bordeaux I
• Gálvez,G. (1994): "La Geometría, la psicogénesis de las nociones espaciales y la enseñanza de la geometría en la escuela elemental". En Parra, C y Saiz (comp.), Didáctica de Matemáticas. Ed. Paidós. Bs. As.
• Itzcovich, H (2006) Iniciación al estudio didáctico de la Geometría, Editorial Libros del Zorzal.
• Parra, C; Sadovsky, P. y Saiz, I (1995): Enseñanza de la Matemática. Geometría. Selección bibliográfica III. PTFD Programa de transformación de la Formación Docente, Ministerio de Cultura y Educación.
• Quaranta, M. E y Ressia de Moreno, B (2004) "El copiado de figuras como un problema geométrico para los niños". En Enseñar matemática. Números, formas, cantidades y juegos. Colección de 0 a 5. Nº 54. Edic. Novedades Educativas
• Saiz, I (1996): "El aprendizaje de la geometría en la EGB" , en Revista Novedades Educativas nro. 71

**** Claudia R. Comparatore***

Licenciada en Matemática (UBA, 1983). Licenciada en Enseñanza de las Ciencias (UNSAM, 2008), Capacitadora del Equipo Técnico Regional de La Matanza, Provincia de Bs. As y de Cepa. Asesora en escuelas privadas de la CABA. Autora de diversos libros de texto.

**** Silvia Altman***

Profesora de Matemática y Astronomía (INSP "Joaquín V. González", 1986). Posgrado en Gestión Curricular: Formación de Coordinadores de Ciclo y Área en Matemática, FLACSO (1995). Capacitadora del Equipo Técnico Regional de La Matanza, Provincia de Bs. As. Asesora en escuelas privadas de la CABA. Autora de diversos libros de texto.

**** Liliana E. Kurzrok***

Licenciada en Matemática (UBA, 1989) Profesora de Matemática (Formación docente para profesionales, ORT, 2000). Capacitadora de Cepa. Asesora en escuelas privadas de la CABA. Autora de diversos libros de texto. Coordinadora editorial de Matemática de Tinta Fresca.

Una secuencia de cuadriláteros para el segundo ciclo

*Por Valeria Aranda y Analía Finger**

CONOCIMIENTOS PREVIOS

Es necesario que los alumnos hayan trabajado en las relaciones entre los lados y los ángulos de los triángulos, que hayan reflexionado sobre las condiciones que hacen posible la construcción de dichas figuras y que tengan manejo de los elementos de geometría, ya que el uso apropiado de dichos elementos subyace al conocimiento de propiedades y conceptos diferentes, como por ejemplo, las nociones de paralelismo y perpendicularidad.

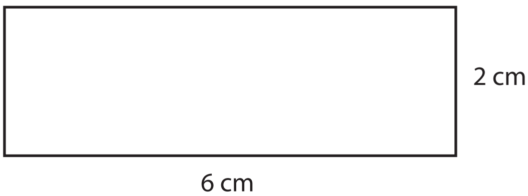
1ª consigna
En una hoja lisa construí un cuadrado.

En el trabajo individual, los niños tendrán que decidir qué instrumentos de geometría son necesarios. En el momento de puesta en común, será importante analizar que para construir un cuadrado la medida de los ángulos está implícita. A su vez, también deberá tenerse en cuenta la diferencia de las distintas producciones en relación con la medida de los lados, estableciendo que sólo es necesario conocer la longitud de uno de ellos. A partir de esta reflexión, puede proponerse la siguiente consigna:

¿Qué información será necesaria para construir un cuadrado único?

Es conveniente escribir las conclusiones después de haber compartido las distintas producciones individuales.

2ª consigna
Escribí las instrucciones para construir la siguiente figura.



Después del momento de producción individual, se puede realizar un intercambio grupal para comparar ambas figuras, haciendo hincapié en sus semejanzas y diferencias en relación a los lados y ángulos.

Pueden registrarse las conclusiones en un cuadro como el que sigue:

Cuadrado
4 lados iguales.
2 pares de lados paralelos.
4 ángulos de 90º

Rectángulo
2 pares de lados paralelos e iguales.
4 ángulos de 90º

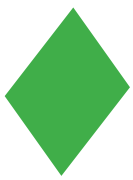
3ª consigna
¿Existe un cuadrilátero que no tenga ángulos rectos?

A partir de este problema se les pedirá a los niños que procedan a la construcción, en hojas lisas, de un cuadrilátero que cumpla con esa condición. La intención de la actividad es explicitar los distintos tipos de *cuadriláteros*, teniendo en cuenta los lados (pares de lados paralelos o no) y los ángulos que los conforman.

A medida que surjan las distintas producciones (rombos, paralelogramos y trapecios), podrán explicitarse los nombres de dichas figuras, e incorporarse al cuadro iniciado en la actividad 2.

Cuadrado
4 lados iguales.
2 pares de lados paralelos.
4 ángulos de 90º

Rectángulo
2 pares de lados paralelos e iguales.
4 ángulos de 90º



Rombo
4 lados iguales.
2 pares de lados paralelos.

Paralelogramo
2 pares de lados paralelos e iguales.

Trapecio
1 par de lados iguales no paralelos.
1 par de lados paralelos.

También, se pueden ensayar distintas clasificaciones, como por ejemplo, si se toma en cuenta sólo la relación entre los lados, puede afirmarse que el cuadrado, el rectángulo y el rombo son paralelogramos, ya que todos cumplen con la condición de tener 2 pares de lados paralelos.

Una vez elaborada la clasificación a nivel grupal, puede proponerse a los niños que identifiquen de qué figura (o figuras) se trata, teniendo en cuenta ciertas condiciones, por ejemplo:

¿De qué cuadrilátero se trata si…?

…tiene 4 ángulos rectos.
…tiene un par de lados iguales no paralelos.
…tiene 4 lados iguales y dos pares de lados paralelos.
…tiene dos pares de lados paralelos e iguales.

De manera de poder profundizar más en las semejanzas y diferencias entre los distintos tipos de cuadriláteros, también se puede preguntar:

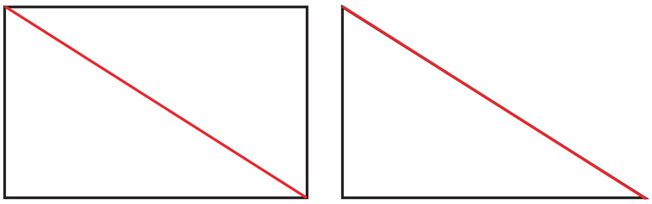
¿Qué datos son necesarios para construir un paralelogramo que no sea rectángulo?
¿Y para construir un trapecio?
¿Es posible un cuadrilátero que no tenga ningún par de lados paralelos?

4ª consigna
¿Es posible un cuadrilátero cuya suma de sus ángulos interiores sea igual a 90º?

Los niños pueden ensayar construcciones que les permitan verificar si tal figura es posible, o no. La idea de esta actividad, es que recuperen sus conocimientos en relación a la suma de los ángulos interiores de un triángulo, ya que todo cuadrilátero puede pensarse como dos triángulos.

A su vez, en el desarrollo de la clase, pueden intentar probarse otras opciones como por ejemplo, si es posible un cuadrilátero que tenga 4 ángulos obtusos. De esta forma, se puede arribar a conclusiones generales, como por ejemplo, que no es posible construir un cuadrilátero con 4 ángulos cualesquiera.

A su vez, en el cierre de la puesta en común, será importante que se registre la siguiente conclusión:



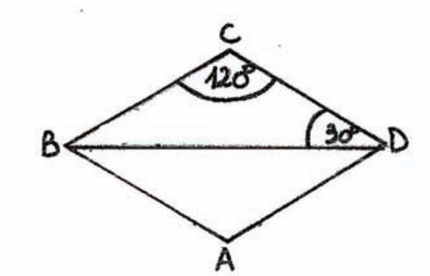
Si la suma de los ángulos interiores de un triángulo es igual a 180º, en el caso del cuadrilátero, figura que puede pensarse como dos triángulos, la suma de sus ángulos interiores será igual a 360º.

5ª consigna

A continuación, se proponen una serie de problemas para que los alumnos averigüen la medida de los ángulos interiores de algunos cuadriláteros apoyándose en la conclusión anterior: **la suma de los ángulos interiores de un cuadrilátero es igual a 360º.**

En los problemas que siguen, los alumnos, no sólo deberán apelar al conocimiento de la relación entre los ángulos interiores de un cuadrilátero, sino que, a su vez, deberán recuperar sus ideas previas en relación a la condición que cumplen los ángulos adyacentes y también aquellos que son complementarios.

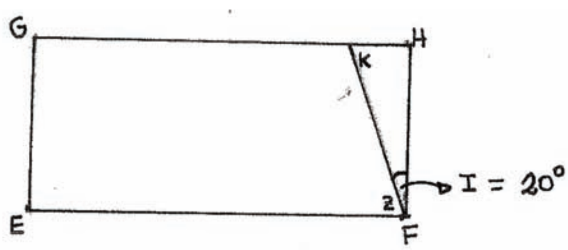
1. En el siguiente rombo averiguá, sin usar transportador, la medida de los ángulos c y d (hacer el sombrerito de ángulo)



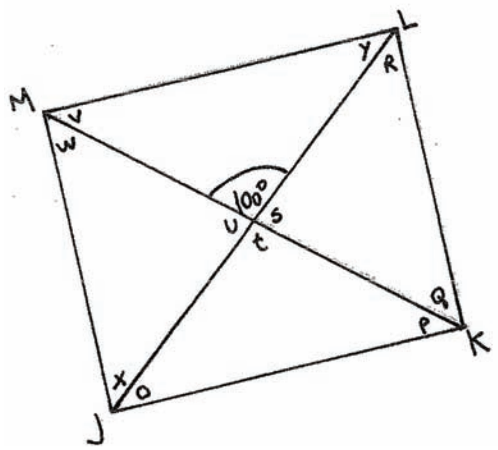
En este problema se puede ver que la diagonal del rombo lo divide en dos triángulos iguales, a partir de este dato se puede conocer la amplitud de los ángulos restantes.

2. En los siguientes rectángulos, averiguá, sin medir, la amplitud de cada uno de los ángulos interiores.

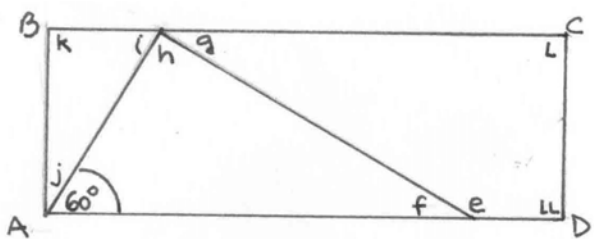
a.



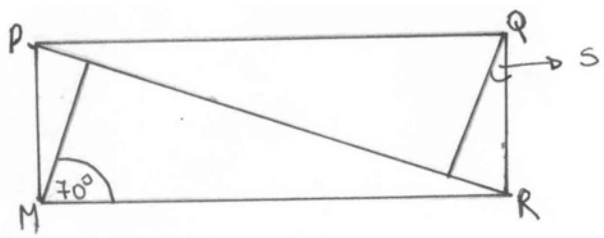
b.



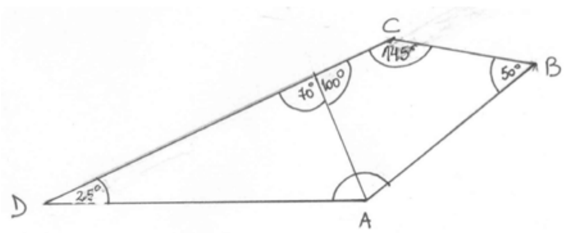
c.



3. En este rectángulo averiguá la medida del ángulo S.



4. En el siguiente trapecio averiguá la medida de A.



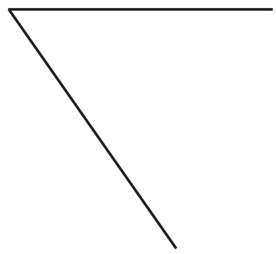
CONSTRUCCIÓN DE CUADRILÁTEROS

1. Construí un cuadrilátero que tenga un ángulo recto y un par de lados paralelos. ¿Qué instrumento necesitás para hacerlo?

2. Construí un paralelogramo que tenga un ángulo de 50º, un lado de 4 cm y otro de 6 cm.

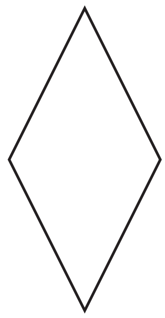
3. Usando compás, regla y transportador, construí un rombo que tenga 5 cm de lado y que el ángulo que forman dos lados mida 120º.

4. Completá la siguiente figura de manera que se forme un trapecio.



PARA TRABAJAR CON LAS DIAGONALES DE LOS CUADRILÁTEROS

¿Qué datos son necesarios para copiar la siguiente figura en una hoja lisa usando regla y escuadra?



Se espera que los niños apelen a la información que les brinda el conocimiento de las medidas de las diagonales en la construcción de este cuadrilátero.

A su vez, también conviene establecer que en todos los rombos las diagonales son perpendiculares y se cortan en su punto medio, destacando que esta condición es la que determina que los cuatro lados del rombo sean iguales.

Se puede agregar una imagen con los distintos pasos para construir un rombo usando regla y escuadra.

A continuación puede pensarse cómo construir otro rombo, a partir de los siguientes datos: La diagonal AC mide 6 cm y el ángulo que forma con uno de los lados es de 40º.

¿Qué pasos seguirías para construir un rombo, cuya diagonal AC que mide 6 cm forma un ángulo de 40º con un lado de la figura?

Para la resolución de este problema, después del momento individual de despliegue de estrategias propias, se puede proponer un segundo momento para compartir en pequeños grupos las distintas producciones, y elegir una para comunicar al grupo total. Es interesante que los alumnos dicten al maestro las instrucciones para que éste realice la figura en el pizarrón. Así podrán evaluar si los procedimientos elegidos son precisos y comunicables, y de esta manera desestimar la posibilidad de tanteo en la resolución de problemas y apelar a las propiedades estudiadas.

En el transcurso de las producciones los niños ensayarán distintas estrategias hasta arribar a conclusiones que les permitan construir la figura; como por ejemplo que la diagonal AC divide al rombo en dos triángulos iguales. Entonces, conviene que los ángulos de 40º sean adyacentes al segmento AC. Y finalmente, una vez construido uno de los triángulos que conforman el rombo, podrán reflexionar sobre la conveniencia del uso del compás para copiar los segmentos que conforman cada uno de los lados determinados en el triángulo.

Después de haber anotado los pasos a seguir para la construcción de la figura anterior, conviene que se registre también la siguiente conclusión: **la diagonal de un cuadrilátero lo divide en dos triángulos.**

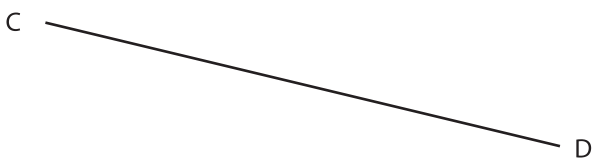
En los cuadrados, en los rectángulos y en los rombos, estos dos triángulos son iguales.

A continuación se les puede proponer a los niños actividades como las siguientes:

Dichas actividades tienen como objetivo repasar las características de los distintos cuadriláteros a partir de su construcción y además proponer a los niños situaciones que favorezcan la argumentación, como herramienta de validación de sus producciones.

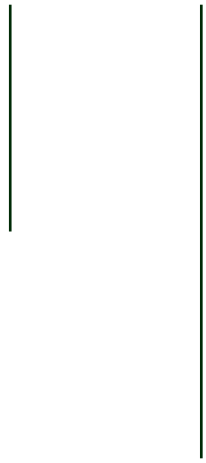
1. Tracen un segmento AB. Construyan un rombo, suponiendo que dicho segmento es su diagonal. ¿Qué argumentos pueden dar para probar que dicha figura es un rombo? Comparen las distintas producciones.

2. A partir del segmento CD de 7 cm de longitud, construyan un rectángulo que tenga dicho segmento como su diagonal. ¿Qué condiciones tuvieron que tener en cuenta para construir bien la figura? ¿Cómo son las diagonales del rectángulo? ¿Qué argumentos pueden dar para sostener que la figura que construyeron es un rectángulo?



3. Construyan un cuadrilátero que solo tenga un par de lados paralelos que tengan distintas medidas y sus otros dos lados sean de la misma longitud. Tracen sus diagonales. ¿De qué tipo de cuadrilátero se trata? ¿Cómo son las diagonales entre sí?

4. Utilicen los siguientes segmentos (un segmento de 3 cm y uno de 6 cm) como diagonales de cada uno de los cuadriláteros estudiados en esta etapa. Combínenlos de forma conveniente para construir un cuadrado, un rectángulo, un paralelogramo, un rombo y un trapecio.



5. Revisen el cuadro sobre los distintos cuadriláteros y agreguen información sobre las características de las diagonales en cada uno de ellos. ■

*** Valeria Aranda**

Es maestra de grado desde 1999. Trabajó en escuelas públicas y privadas. Se encuentra finalizando la Lic. en Ciencias de la Educación, en la U.B.A.

*** Claudia Comparatore**

Es maestra de 1° y 2° ciclo, desde 1999, en escuelas públicas y privadas y Lic. en Ciencias de la educación.

*** Analía Finger**

Es maestra de 1° y 2° ciclo, desde 1999, en escuelas públicas y privadas y Lic. en Ciencias de la educación.

Comunicación de información espacial en el Nivel Inicial: un proyecto de producción e interpretación de planos

*Por María Emilia Quaranta y Beatriz Ressia de Moreno**

El propósito de nuestro trabajo consiste en compartir algunas reflexiones en torno a un proyecto de sala sobre comunicación de información espacial desarrollado con alumnos de tercera sección de Jardines del Municipio de Hurlingham[1] y de San Isidro, Provincia de Buenos Aires. La finalidad didáctica de esta secuencia apunta a que los alumnos puedan avanzar en la consideración y explicitación de algunas relaciones espaciales. El proyecto consiste en la producción, por parte de los niños, de planos del patio del Jardín para intercambiar con niños de otro Jardín, de modo tal de poder comunicarse información acerca de cómo es su patio, qué juegos u otros elementos tiene y cómo están dispuestos.

Sabemos que el uso de planos y mapas en situaciones corrientes es una fuente de dificultades para muchos adultos (Gálvez, 1988; Berthelot y Salin, 1994). La enseñanza asume como contenidos a trabajar, desde el Nivel Inicial, conocimientos espaciales, entre los cuales se incluye el uso de planos como herramientas para resolver problemas de orientación y ubicación espacial. Por otra parte, el recurso a estas herramientas constituye una oportunidad -entre otras necesarias- de traer a escena una serie de relaciones espaciales, explicitarlas, convertirlas en objeto de análisis. A continuación, describiremos brevemente el proyecto.

Las instituciones se agruparon de a dos para realizar un intercambio de planos una vez producidos. Los momentos que detallaremos tuvieron lugar en sucesivas clases.

I. PRODUCCIÓN DE PLANOS DEL PATIO

En principio, se comunicó el proyecto a todo el grupo: "Hacer conocer a los chicos de otro jardín cómo es nuestro patio, qué cosas tiene y dónde está". Cada alumno realizó un primer dibujo. Para ello, los niños se ubicaron desde un extremo del patio. Algunas docentes decidieron dejar que los niños se colocaran en diferentes bordes del patio para confrontar las diferencias generadas en las producciones debidas a los diferentes puntos de vista; otras, prefirieron no agregar esta complejidad a la que de por sí ya planteaba la tarea.
Estas decisiones fueron tomadas por los niños mismos sin indicaciones del docente acerca de cómo hacerlo. Las intervenciones docentes en el momento de la realización de los dibujos se dirigieron fundamentalmente a remitir a la finalidad de la tarea desde el punto de vista de los alumnos: "que chicos de otro jardín conocieran cómo es el patio, qué cosas tiene, dónde están ubicadas".

Considerar relaciones espaciales para dar cuenta de la ubicación de los objetos en el patio, unos en relación con otros, y buscar el modo de representar gráficamente esas relaciones, son conocimientos que se ponen en juego para responder a la situación como medio de resolución. Esto no sería posible si el docente indicara previamente cómo hacerlo.

En un segundo momento, se organizó una discusión con toda la sala. Por supuesto, para planificar esta instancia, la maestra previamente había analizado los dibujos, seleccionando ciertas características a proponer en la discusión. De la multiplicidad de aspectos posibles, las maestras optaron por centrarse en algunos de ellos, tomando diferentes decisiones en cada caso: los objetos incluidos (algunos habían incluido objetos que otros no; si se incluían los elementos que se movían como, por ejemplo, pájaros, niños, etc.); la forma de representar los objetos (algunos lo hacían desde una vista desde arriba, otros desde el frente, cómo resolvían las dificultades que plantea la representación bidimensional de objetos tridimensionales, etc.); la ubicación de los objetos unos en relación con los otros; el tamaño relativo de los objetos; etc.

En este espacio de intercambio, analizando sólo algunas producciones, se trataba de focalizar sobre qué tenían de parecido y qué tenían de diferente. Las docentes trataban de llevar a sus alumnos a considerar si el dibujo resultaba eficaz para conocer el patio del Jardín: si una persona que

[1] En el marco del curso de capacitación La enseñanza de contenidos espaciales y geométricos en el nivel inicial, Coordinación Pedagógica e Institucional, Municipalidad de Hurlingham, 2004.

no lo conocía podía saber qué cosas tenía y cómo estaban ubicadas. Esta es la finalidad de la situación para los niños (lograr comunicar cómo era su patio) y, en consecuencia, constituye un criterio para que ellos mismos puedan validar y ajustar las producciones. Al mismo tiempo, podía observarse que había diversas maneras posibles de cumplir ese objetivo, que no existía "el" dibujo que lo hiciera mejor que otros.

Esta discusión colectiva permite tomar algo de distancia con la propia producción, objetivarla para poder analizarla con una mayor descentración: considerar la producción de otros, a partir de la conducción planificada por la maestra, genera la construcción de una serie de preguntas que interpelan y enriquecen la propia.

En un tercer momento, entonces, cada niño procedió a realizar un segundo dibujo. Antes de iniciarlo, se recordaron las cuestiones analizadas en la clase precedente. Para hacerlo, algunas docentes decidieron tener junto con ellos la primera producción; de este modo, se facilitaba un poco más la identificación de aspectos a mejorar para la comunicación. Una vez que estuvieron conformes con sus producciones, es decir, cuando consideraron que los chicos del otro Jardín podrían saber cómo era el patio, las dos instituciones intercambiaron todas las producciones.

El problema admite una diversidad de soluciones posibles. Los niños disponen de estrategias de base que hacen que puedan intentar buscar una solución, poder interpretar la información que el medio devuelve en relación con sus intentos aunque no dispongan de los conocimientos que permiten soluciones óptimas. Por ejemplo, algunos dibujan un solo juego o unos pocos. Otros los dibujan sin tener en cuenta la ubicación. Una producción muy común en el primer intento fue dibujar todos los objetos del patio pero colocados en una disposición lineal. Parecieran centrarse solo en el problema de qué objetos representar.

Otra dificultad con la que se enfrentaron muchos chicos fue producto de no anticipar la relación entre el espacio de la hoja y el tamaño de los dibujos. Es decir, no tener en cuenta el espacio que era necesario para ubicar todos los objetos. En consecuencia, muchos dibujaron solo algunos objetos y no todos *"porque no me entraba más en la hoja"*. Otros, dentro de las decisiones acerca de qué objetos representar, dibujaron chicos jugando, otros mariposas, pájaros, flores.

También es frecuente encontrar producciones en las que hay organizaciones parciales de algunos objetos. Logran ubicar dos o tres objetos relacionados entre sí, pero descuidando las relaciones que esos "grupos" de objetos tienen entre sí, como "islas" en el espacio. Las producciones combinan diferentes vistas para los diferentes objetos. Así, mientras las calesitas en general son representadas con una visión desde arriba, los toboganes y las trepadoras aparecen más frecuentemente desde una vista lateral. Algunos dibujos incluyen el contorno del patio, representando el límite, enmarcándolo.

En síntesis, nos encontramos entonces con diferentes aspectos que se ponen de manifiesto en esta diversidad de producciones:

- Decisiones acerca de qué elementos incluir en la representación: ¿todos los juegos o algunos? ¿Se dibujan las puertas y ventanas de la sala que se ven desde el patio? ¿Los árboles? ¿Las plantas? ¿Los pájaros? ¿El alambrado? Etc.

- Una vez establecido qué se incluye, es necesario controlar la exhaustividad de los objetos que se decidió incluir en la representación.

- Cómo se los representa: ¿desde qué punto de vista? ¿Dibujados completamente o solo una parte? ¿Qué tamaño relativo tienen los diferentes elementos? ¿Cómo controlar que entren todos en la hoja?

- Cómo dar cuenta de su ubicación unos respecto de otros.

Todas estas son primeras aproximaciones que abren la puerta a reflexiones posteriores respecto de cómo transmitir información acerca de los objetos disponibles y su ubicación, reflexiones que permitirán hacer avanzar los aspectos a tener en cuenta para transmitir esas informaciones espaciales.

A continuación, transcribimos algunos comentarios que tuvieron lugar en los espacios de análisis colectivo, posteriores a los primeros dibujos:

M*[2]*: *Vamos a conversar entre todos sobre los dibujos del patio que hicieron.*
A*[3]*1: *A mí no me entró todo.*
A2: *Yo sí, te falta la hamaca y las ruedas.*
A3: *Yo lo hice chiquito para que entre.*
A1: *Lo voy a hacer del otro lado. Seño, quiero el lápiz.*
M: *Esperá un poquito. Vamos a ver entre todos si a otros les pasó lo mismo y cómo podrían hacer para que no les vuelva a pasar.*
A4: *A mí tampoco me entró todo. (a A5) Vos no hiciste todo porque te faltó la trepadora.*
A5: *Porque ésa es difícil, yo no la hago.*
A6 a A5: *Si no la hacés, no van a saber que tenemos trepadora. Vos tenés que hacer así, las rayitas así y después para arriba el caño y así después bajás y ya está.*
A1: *Yo quiero hacer lo que tiene adentro la calesita.*

[2] Maestra
[3] Alumno o alumna

A7: *Podés hacer así como cuadraditos en ronda, como los asientos, que quedan así todos al lado del volante.*
M: *Si dibujamos la calesita solamente, ¿los chicos del otro jardín van a saber qué cosas tiene nuestro parque y cómo están ubicadas?*
Varios A: No.
A5: *¡Ay! ¡Cierto que hay un tobogán nuevo, el del elefante! (Varios alumnos advierten que se han olvidado de dibujar el tobogán nuevo).*
M: *Bueno, ¿qué tendrían que hacer para que no les vuelva a pasar esto de que no les entren todas las cosas que tenemos en el parque?*
Varios A: *Hay que hacer los dibujos más chiquitos.*
M: *¿Escucharon todos? Recuerden esto para cuando tengan que hacer nuevamente los dibujos*

Vemos aquí cómo se trata en este espacio de intercambio el problema de tomar decisiones para que entren en la hoja todos los objetos que se quieren representar. Algunos ya comentan haberse encontrado con esta dificultad en su producción. Además de advertir que se trataba de un problema compartido, los demás participan activamente sugiriendo soluciones posibles. En este momento, los dibujos de otros se convierten en objeto de análisis, una distancia que también les permite considerar sus propios trabajos desde otra perspectiva: hay cosas que los otros incluyeron, ¿es necesario incluirlas?. Realizaron dibujos más pequeños para que entraran en la hoja, cómo los ubicaron unos en relación con otros; el mismo objeto puede dibujarse de diferentes maneras, ¿qué informaciones aportan o dejan de aportar las diferentes maneras de dibujarlos? En sucesivos análisis se puede llegar a reflexionar acerca de que no es posible dibujar todo: los dibujos retienen algunas características del patio y dejan de lado otras.

Este último aspecto aparece en el análisis de este otro Jardín:

M: *Mirando cualquiera de estos planos, los chicos del otro Jardín, ¿van a saber cómo es nuestro patio, qué cosas tiene y dónde están ubicadas?*
A1: *No. Le faltan juegos.*
A2: *Hay que dibujarlo todo, todo.*
M: *S... dice que hay que dibujarlo todo, todo. ¿Están de acuerdo?*
Varios A: *Sí.*
M: *¿Qué sería todo, todo?*
A3: *Todos los juegos, los árboles...*
A4: *J... puso los chicos.*
A2: *Pero no puso a todos.*
J: *No puse a todos los chicos porque no estamos siempre en el patio.*
M: *Acá se plantea una discusión, ¿ponemos o no a los chicos?*
A5: *Pero, ¿dónde los ponemos? Nosotros nos movemos en el patio.*
M: *Dicen que no se sabe dónde dibujar a los chicos porque no están en un lugar fijo, siempre el mismo como los juegos. Para saber qué cosas tiene nuestro patio y cómo están ubicadas, ¿se necesita dibujar a los chicos?*
A4: *No, ya se sabe que si hay juegos es para los chicos...*

El siguiente intercambio pertenece a otro Jardín. La maestra seleccionó algunas producciones y propuso a sus alumnos compararlas:

M: *¿Todos los dibujos son iguales?*
As: *No.*
M: *¿Por qué?*
A1: *Porque a éste le falta el tobogán, a éste la huerta, a éste le dibujaron la calesita en el medio y está a la derecha del tobogán.*
A2: *Algunos se olvidaron de dibujar todos los toboganes y la huerta.*
M: *¿Dónde los hubieran dibujado?*
A1: *La huerta está delante de la calesita y la trepadora está atrás.*
A3: *Los árboles están al lado de los juegos.*
A1: *No, están a la derecha y atrás.*
M: *Escuchen F... dice que los árboles están al lado de los juegos y J... dice que no, que están a la derecha y atrás. ¿Ustedes que opinan?*
A4: *(Con dudas) Me parece que es lo mismo.*
A2: *Sí, es lo mismo, lo que pasa es que J... lo dice mejor.*
M: *¿Se entiende igual si decimos al lado que si decimos a la derecha?*
A1: *Noooo, al lado también puede ser a la izquierda.*
(Algunos alumnos se quedan pensando)

....

M: *Bueno, ¿qué otras diferencias encontraron?*
A5: *La trepadora tiene que estar atrás. Hay que dibujarla arriba (señalando la parte superior de la hoja) porque está atrás, acá se dibuja lo que está atrás.*
M: *Dicen que las cosas que se ven atrás hay que dibujarlas en esta parte de la hoja (señala arriba) ¿están de acuerdo?*
Varios alumnos asienten
A1: *Acá se dibuja lo que tenés cerca (señala la parte inferior de la hoja).*
M: *Dijeron varias cosas: que hay palabras que expresan mejor lo que queremos decir; que hay que cuidar que estén dibujadas todas las cosas que tiene el patio; y que hay que fijarse en qué lugar de la hoja lo dibujan para que se note dónde están ubicados. ¿Están de acuerdo?*
Varios A: *Sí.*

Entre las numerosas cuestiones que se plantean en esta reflexión colectiva, queremos destacar dos. Por un lado, la explicitación de que los términos derecha o izquierda ayudan a precisar de qué lado se ubica un objeto respecto de otro. Por supuesto, no se ha planteado aquí el tema de su relatividad en función del punto de vista desde el cual se está indicando. En este caso, se asume el punto de vista convencional frente a la hoja de papel, que corresponde a la orientación del sujeto frente a ella.

Por otro lado, también nos parece interesante el modo en que se pone de relieve la relación entre la ubicación de los objetos en el espacio con la ubicación en el espacio de la hoja de papel: qué tiene que representarse en la parte inferior de la hoja, qué en la parte superior. En realidad, esta orientación de la hoja de papel corresponde a una convención que evidentemente los pequeños han comenzado a comprender: en qué lugar de la hoja se representa lo que se ve más cerca, en qué lugar lo que se ve más lejos, etc.

Estos intercambios constituyen ocasiones para explicitar relaciones espaciales y conocimientos sobre su representación gráfica. Permiten una primera instancia de **validación** de las producciones, es decir, permiten a los alumnos por sí solos obtener información acerca de la validez o no de sus producciones. Esta información surge de la confrontación con las otras producciones y las discusiones que se generan a propósito de esa confrontación: es a partir del intercambio generado en la sala que un alumno puede establecer si le faltaron elementos o si los ubicó de manera clara. Es decir, no depende de la información externa aportada por el docente, sino que surge de las explicitaciones y argumentos que se despliegan en el análisis colectivo. Es decir, el medio que devuelve información aquí, es un medio social: es la confrontación con las interpretaciones de los otros lo que aportará información acerca de la propia.

Este proceso de validación incide sobre las anticipaciones realizadas por los alumnos acerca de qué y cómo representar el patio, las modifica, las precisa, permitiendo nuevas anticipaciones más ajustadas a futuro. El aprendizaje es entonces consecuencia de la interpretación de los efectos de las acciones del sujeto, de sus decisiones, es decir, por adaptación al medio, a un medio que es también social.

Después de estos intercambios se llevó adelante una segunda producción. Los siguientes comentarios de las docentes muestran los avances producidos:

- Logran anticipar mejor cuánto espacio necesitarán para representar todo lo que quieren. Hay menos comentarios del tipo: "No me alcanzó la hoja..."
- Aparece mayor cuidado para que no falten objetos, se detienen incluso más tiempo dibujando y revisando que no les falte nada.
- También hay una mayor consideración de la ubicación de los objetos en la hoja de modo tal que represente la ubicación de los objetos en el patio.

II. INTERPRETACIÓN DE PLANOS DEL PATIO

Con la sala organizada en pequeños grupos, de entre dos y cuatro participantes, se distribuyeron los dibujos recibidos entre las mesas y se les pidió que los observaran, que vieran si era posible saber qué cosas tenía el patio de la otra escuela, cómo estaban ubicadas, si había algo que no se entendía o que quisieran saber de las cosas del patio pero que no estaban contempladas en los dibujos que enviaron los chicos del otro jardín, etcétera. Se entregaron varios dibujos por mesas para que la confrontación entre las diferentes representaciones permitiera construir más preguntas.

Durante este momento, las maestras iban recorriendo las mesas, recogiendo las observaciones para retomarlas luego en un espacio colectivo e instalando algunas preguntas acerca de qué se podía ver en los dibujos, qué dudas les quedaban sobre ese patio, si se veían las mismas cosas en todos los dibujos, ubicadas en el mismo lugar, etc. En dicho espacio, se pusieron en común algunas afirmaciones acerca de lo que se podía saber sobre qué tenía el patio del otro Jardín, cómo eran esas cosas.

Por ejemplo, podía observarse que había hamacas, pero no quedaba claro cuántas eran porque en algunos dibujos aparecían dos, en otros tres, etc. En algunos dibujos, el tobogán aparecía a la izquierda de las hamacas, en otros a la derecha y era necesario saber si lo habían dibujado desde distintos lados o por qué sucedía eso. Ciertas representaciones no quedaban claras: por ejemplo, en algunos dibujos la calesita aparecía como un círculo y no se entendía qué era. En otros casos, querían saber si el patio tenía árboles o plantas porque no aparecían en el dibujo. Algunas cuestiones surgidas dentro de un grupito podían zanjarse a partir de las producciones analizadas por otro grupito, otras permanecían como dudas para todos.

Con éstas y otras observaciones, el grupo elaboró una carta, con comentarios y preguntas, que le dictaron a la maestra, quien primero escribió en el pizarrón y luego transcribió para enviar al Jardín emisor de los dibujos. Tras este trabajo, las instituciones intercambiaron las cartas devolviendo con ellas los dibujos emitidos originalmente para que los autores pudieran revisarlos a la luz de las preguntas y observaciones realizadas por el grupo del Jardín receptor.

III. REVISIÓN DE LOS PLANOS PRODUCIDOS

En este momento, nuevamente en pequeños grupos, cada sala trabajó sobre las observaciones recibidas del grupo receptor de los dibujos. Para ello, cada maestra entregó a cada niño su dibujo y leyó a todo el grupo la carta. Se analizaron los aspectos señalados por el otro Jardín, en particular acerca de las dudas: si realmente eran cuestiones que no se entendían a partir de los dibujos o si los chicos no habían llegado a comprenderlos, si era necesario aclarar o explicar algo, modificarlo, cómo hacerlo, etc. A partir de este análisis de las dudas que planteaban los receptores, dictaron a su maestra una carta en respuesta. También produjeron nuevos dibujos, incorporando los aspectos que era necesario aclarar y se intercambiaron finalmente las producciones. En algunos casos, finalizaron el proyecto con visitas a ambos jardines, dibujos en mano.

ALGUNOS COMENTARIOS

Nos interesa rescatar en principio los problemas espaciales que este proyecto permitió plantear a los alumnos: se trata de comunicar a otros acerca de la ubicación de ciertos objetos en un espacio dado. En este caso, el "plano" producido permite conocer, anticipar, cómo es un espacio desconocido. En esta comunicación, todos los niños juegan como emisores de dicha comunicación, en la producción de las representaciones espaciales y, luego, como receptores, en la interpretación de las representaciones producidas por el otro grupo.

El análisis tras el dibujo inicial ofrece una primera información a los alumnos (por parte de los pares o de ellos mismos a partir de la objetivación de su producción que permite esta instancia) que les permite saber si sus "planos" cumplen con la finalidad que persiguen, si son claros, si les faltan elementos que consideran importantes del patio, si están bien ubicados unos en relación con otros, etc. Luego, la carta que reciben en función de la interpretación del otro Jardín, permite una nueva fuente de retroacciones para ajustar sus decisiones en torno a qué cosas incluir y cómo hacerlo, es decir cómo dibujar cada una, cómo ubicarlas unas en relación con las otras.

Vemos, entonces, que juegan con pleno sentido problemas en la comunicación de información espacial, donde la producción e interpretación de "planos" interviene como un recurso de solución. En este trabajo, los niños se enfrentan a la situación, toman decisiones sobre qué incluir en sus dibujos y cómo hacerlo. Es importante recordar que las docentes no los indicaron cómo realizar el dibujo sino solamente la finalidad que perseguía, y ésta funcionaba como norte para controlar o ajustar lo que iban realizando.

La interacción con los pares y con el maestro, en las diferentes instancias de análisis (en pequeños grupos y con toda la sala, tanto en el momento de producción como en el de interpretación o en el momento de revisión de las propias producciones) les devuelven a los niños información que les permite ajustar su aproximación inicial a la tarea. Nos parece importante resaltar el interjuego entre anticipaciones y validaciones -procesos mediante los cuales los alumnos mismos obtienen información acerca de la validez de sus producciones- y los conocimientos a los cuales este interjuego dio lugar en la sala.

Desde la concepción de enseñanza de la matemática desde la cual fue pensado este proyecto, resulta central la participación de los alumnos en espacios de producción, en el sentido de "hacer matemática": de resolver problemas y reflexionar en torno a ellos. Este proceso supone como componentes constitutivos del sentido de los conocimientos a un conjunto de interacciones en la clase que el docente tiene a su cargo gestionar: entre los alumnos y los problemas, entre los alumnos entre sí; entre los alumnos con el docente.

Con respecto a la enseñanza de la geometría en particular, el trabajo sobre las representaciones espaciales hace jugar una de las funciones que ha cumplido históricamente la geometría: la modelización del espacio. Por supuesto, se trata de un objetivo que recién inicia una primera aproximación en el Nivel Inicial, un objetivo del cual se ocupará la escuela primaria.

Por supuesto, se trata de un objetivo del cual se ocupará la escuela primaria, un contenido que recién inicia una primera aproximación en el Nivel Inicial. La producción de planos que exige este proyecto requiere que los alumnos interactúen con y sobre el espacio real pero a través de representaciones sobre dicho espacio. Resuelven problemas sobre el espacio a través de representaciones del mismo, discuten y analizan los gráficos que refieren a dicho espacio.

Así, como vimos, son numerosas las decisiones que deben enfrentar: ¿qué elementos y relaciones retener en la representación?, ¿cuáles dejar de lado?, ¿cómo transmitir esa información relevada?, forman parte de los problemas vinculados a la modelización que, buscamos que queden, por un momento, a cargo de los alumnos –y no del docente- en la actividad de resolución y en los análisis que les proponemos.

Estamos pensando en una situación que resulte desafiante para los conocimientos disponibles por parte de los niños de la sala de 5 años. Esto es, que no puedan responder automáticamente a lo que se pide, sino que tengan que tomar decisiones, elaborar sus respuestas (sus "planos"). No esperamos que, frente a esta situación, produjeran dibujos "ajustados". En algunos casos, las primeras producciones nos resultaban incomprensibles si no mediaba la explicación de sus autores. El centro del trabajo no consistía en el resultado considerado como un absoluto, sino en los avances en las producciones y en las consideraciones sobre las representaciones gráficas de relaciones espaciales producidas por los pequeños. No se trataba de que produjeran dibujos cercanos a los que producirían niños mayores, sino que progresaran en tomar en cuenta qué incluirían en sus representaciones, cómo lo harían, cómo lo vería otro, etc. Los avances a lo largo de las diferentes producciones evidencian la riqueza del trabajo en esa dirección.

Las interacciones sociales en los diferentes momentos del trabajo sobre los planos han permitido que se plantearan problemas que no hubieran podido tener lugar fuera de ellas: por ejemplo, por qué no resulta claro que entre las hamacas y el árbol hay un sube y baja; qué se puede saber de la calesita si la dibujamos de costado y si la dibujamos desde arriba; etc.

En este caso, se juega además, la potencialidad de las situaciones de comunicación como condición para que la precisión en la representación guarde una finalidad: que el receptor, que no conoce de antemano el patio del otro Jardín, pueda realizar algunas anticipaciones acerca del lugar. La misma finalidad, a través de la confrontación con los dibujos de los pares primero y, luego, a través de la interpretación realizada por el grupo receptor, permite construir criterios para ajustar las primeras decisiones.

Estamos pensando que la actividad matemática desplegada frente a problemas espaciales y geométricos, también permite la puesta en juego de quehaceres matemáticos (anticipaciones, resoluciones, validaciones). Tales procesos, en un contexto de diversos intercambios intelectuales en la clase, son los que darán lugar a avances en los conocimientos de los alumnos. ■

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

• Berthelot, R. y Salin, M. H. (1993): Conditions didactiques de l´apprentissage des plans et cartes dans l´enseignement élémentaire. Bessot y Vérillon (coord): Espaces graphiques et graphismes d´espaces. Contribution de psychologies et de didacticiens á l´étude de la construction des savoirs spatiaux. Grenoble: La Pensée Sauvage.
• Berthelot, R. y Salin, M. H. (1995): Savoirs et connaissances dans l´enseignement de la géometrie. Arsac, Gréa, Grenier y Tiberghien (coord): Différents types et leur articulation. Grenoble. La Pensée Sauvage.
• Gálvez Pérez, G. (1988): El aprendizaje de la orientación en el espacio urbano. Una proposición para la enseñanza de la geometría en la escuela primaria. Tesis. Centro de Investigación del IPN, DIE, México.
• Sadovsky, P. (2004): Teoría de situaciones, Capítulo 1 en Condiciones didácticas para un espacio de articulación entre prácticas aritméticas y prácticas algebraicas. Tesis doctoral Ffy L Uba (2004) Dirigida M J Perrin-Glorian.
• Saiz, I. (2003): La derecha ... ¿de quién? Ubicación espacial en el Nivel Inicial y el Primer Ciclo de la EGB, en Panizza, M (comp.): Enseñar matemática en el Nivel Inicial y el Primer Ciclo de la EGB. Análisis y propuestas. Buenos Aires: Paidós.
• Salin, M. H. y Berthelot, R. (1994): Phénomènes liés à l´insertion de situations a-didactiques dans l´enseignement élémentaire de la géométrie. Artigue, Gras, Laborde y Tavignot (eds.): Vingt ans de didactique des mathématiques en France. Hommage a Guy Brousseau et Gerard Vergnaud. Grenoble. La Pensée Sauvage.
• Salin, M: H: (1999): Pratiques ostensives des enseignants et contraintes de la relation didactique. Lemoyne y Conne (coord.): Le cognitif end idactique des mathématiques. Les Presses de l´Université de Montreal.

* María Emilia Quaranta

Lic. en Psicopedagogía. Es investigadora en el proyecto UBACyT: "El sistema de numeración: conceptualizaciones infantiles sobre la notación numérica para números naturales y decimales". Forma parte del Equipo de Matemática de la Dirección de Currícula, Secretaría de Educación, GCBA y del Equipo Central de Matemática de la Dirección de Capacitación, Dirección General de Cultura y Educación, Pcia de Bs As. Es docente de la cátedra de Psicología del Aprendizaje, CEFIEC, UBA y docente a cargo del área de matemática en el marco del Proyecto de Capacitación Docente de la Coordinación Pedagógica e Institucional de la Municipalidad de Hurlingham, Pcia de Bs. As. Asesora y coordina el área de Matemática en las escuelas Northlands, Amapola y Jacarandá.

* Beatriz Ressia de Moreno

Lic. en Psicopedagogía; Co coordinadora del Equipo Técnico Central (ETC) en el área de Matemática de la Dirección de Capacitación Docente, Dirección de Educación Superior de la Pcia. de Bs. As. Integra el equipo de matemática en el Proyecto Escuelas del Futuro (PEF) y Bicentenario de la Escuela de Educación de la Univ. de San Andrés. Es coordinadora del Proyecto "Hacia una propuesta de alfabetización en Matemática" dependiente de la RAE, Red de Apoyo Escolar y Educación Complementaria. Asesora en diferentes Instituciones educativas nacionales. Es autora de materiales curriculares y libros de texto.

¿Geometría en el jardín de infantes?

Por Cristina Tacchi, para OMEP Argentina.

CONVERSEMOS. PREGUNTA SIMPLE, RESPUESTA COMPLEJA

Centremos la mirada para contestarla. Y para esto, no pensemos en la geometría que aprendimos en la primaria y menos en la secundaria…y eso si alguna vez la entendimos. Para poder responder tenemos que, primero, situarnos en el nivel, en la especificidad del Nivel Inicial y por supuesto, en las características de los niños de 4 y 5 años ¿Por qué decimos de niños de 4 y 5 años? Porque si nos remitimos a los Diseños Curriculares del Gobierno de la Ciudad de Buenos Aires de 2000 vemos que la matemática, como disciplina, aparece recién en los lineamientos curriculares para estas edades.

Estos documentos abordan la enseñanza de la matemática desde un nuevo enfoque. No es nuestra intención en este artículo detenernos en cuáles fueron los contenidos que se consideraba importante enseñar antes ni cómo es que se abordaba dicha enseñanza…pero quienes ya tienen bastantes años (y digo "bastantes") recordarán cuando se trabajaba en las salas y sobre todo en la de "cinco" años, la seriación, la clasificación, la conservación de la cantidad, nociones que se encontraban en la "base del número". Todo esto desde un enfoque psicológico (después de mucho tiempo las maestras de sala nos dimos cuenta de qué quería decir esto).

Pero volvamos al tiempo presente: nuevo enfoque, ¿de quién? (Si quieren averiguar, los franceses tuvieron algo que ver…)

Pensar en la enseñanza de la matemática en este nivel, desde un enfoque pedagógico, es vincularla con uno de sus pilares, el juego, por un lado, y la resolución de situaciones que valga la pena resolver, es decir, que planteen un problema en serio a resolver, por otro.

Para ver qué significa vincular el juego con la enseñanza de contenidos que tengan que ver con el número (y de paso aprender un montón de juegos) pueden consultar el trabajo de Rosa Garrido (2008) "Juegos con reglas y números" en el libro Enseñar en clave de juego. Enlazando juegos y contenidos. Para pensar en qué propuestas se pueden trabajar para enseñar geometría a través de problemas y a través del juego, pueden consultar a González y Weinstein (2001), en "Cómo enseñar matemática en el jardín. Número- Medida –Espacio", texto al que recurriremos a continuación.

EL ESPACIO Y LA GEOMETRÍA

Las personas adultas pero también los niños, van resolviendo distintos problemas vinculados con el espacio, desde intentar pasar objetos por distintas aberturas en los niños pequeños, hasta el hecho de estacionar el auto en los adultos.

Pero, ¿cuándo estos problemas espaciales cotidianos se transforman en problemas geométricos? Respuesta: cuando estos problemas se refieren a "espacios representados" mediante figuras o dibujos.

Expresan las autora: "cuando consideramos el espacio desde un punto de vista geométrico estamos haciendo referencia al estudio de las relaciones espaciales y de las propiedades espaciales abstraídas del mundo concreto de objetos físicos" (pag.92).

El proponer la situación de dibujar un recorrido para que una persona que no conoce el Jardín pueda trasladarse de un lugar a otro, el dibujar el plano de la sala para reubicar los muebles del rincón de dramatizaciones, el dibujar para comunicar a otros niños las pistas para la búsqueda

Pensar en la enseñanza de la matemática en este nivel, desde un enfoque pedagógico, es vincularla con uno de sus pilares, el juego, por un lado, y la resolución de situaciones que valga la pena resolver, es decir, que planteen un problema en serio a resolver, por otro.

El proponer la situación de dibujar un recorrido para que una persona que no conoce el Jardín pueda trasladarse de un lugar a otro, el dibujar el plano de la sala para reubicar los muebles del rincón de dramatizaciones, el dibujar para comunicar a otros niños las pistas para la búsqueda del tesoro, son algunos ejemplos de propuestas en donde se hace necesario representar el espacio para un fin determinado.

del tesoro, son algunos ejemplos de propuestas en donde se hace necesario representar el espacio para un fin determinado.
"Las representaciones gráficas de situaciones espaciales permiten la modelización de la realidad y es uno de los medios que ayuda al niño a pasar de lo estrictamente concreto al plano de las representaciones mentales" (pag 116). Se hace necesario también proponer un momento de reflexión sobre la acción para que los niños puedan gradualmente "pasar a un plano de conceptualizaciones en el cual puedan explicar lo realizado y, de ser posible, llegar a pequeñas generalizaciones" (pag 117).

Al respecto, el Diseño Curricular (2000) expresa: "se pretende que los alumnos construyan un lenguaje espacial de las posiciones y los desplazamientos, que tomen conciencia de los fenómenos vinculados al punto de vista, la elaboración y utilización de representaciones del espacio –entorno ".

Los contenidos que propone son:

- Descripción e interpretación de la posición de objetos y personas.
- Comunicación y reproducción de trayectos considerando elementos del entorno como puntos de referencia.
- Representación gráfica de recorridos y trayectos.

Por ejemplo, el proponer dibujar (representación plana) o sacar fotografías de alguna escena permite que los niños exploren y discutan entre sí y con el docente las distintas perspectivas, analicen las "deformaciones" que se producen cuando se focaliza un objeto. Y luego, si se quisiera "completar" la escena, se podría discutir cómo se vería determinado objeto si variamos la posición del observador.

¿Y LAS FIGURAS GEOMÉTRICAS?

Hace mucho tiempo (esto esperamos) el acento estaba puesto en el reconocimiento de las formas y, por supuesto, su correcta o no denominación.

Se "presentaban" de a una (para no confundirse… ¡pero claro! tampoco se podían comparar entre sí), se "picaban", se "rellenaban", se "pintaban."

Esta clase de propuestas no representaban ningún desafío a resolver ni un para qué comprensible.

Hoy pensamos que el acento está en el reconocimiento de atributos geométricos, de cuerpos y figuras. Al respecto, González –Weinstein proponen una serie de propuestas con cuerpos y figuras geométricas que implican, por ejemplo, la copia (en presencia o ausencia del modelo) de configuraciones y el "dictado" de las mismas atendiendo a las posiciones espaciales que ocupan y a los atributos de cada una.

Esta serie de actividades, como así también el Tangran, permite al niño conocer, explorar y jugar apropiándose al mismo tiempo de las características de las figuras y cuerpos geométricos.

ALGUNAS REFLEXIONES, ALGUNAS PREGUNTAS

En el Nivel Inicial, a diferencia de los otros niveles, no existe (o por lo menos no debería existir), la "hora de matemática" ¡y menos de geometría!

Los contenidos pueden estar presentes en:

- Las actividades cotidianas, como por ejemplo, contar cuántos niños asistieron para saber cuántos pinceles se necesitan, el calendario, la fecha, etc.

- La Unidad Didáctica: Los números para ordenar los libros en la biblioteca, los números para comprar y vender, los dibujos para hacer planos. (Recordemos que las disciplinas ayudan a enriquecer la mirada sobre el contexto, no se deben realizar "conexiones forzosas", descontextualizadas).

- Secuencias o itinerarios por fuera de la unidad didáctica, en los que se presentan nuevos desafíos respecto de los contenidos propuestos. (¿Como salto cualitativo?, ¿como revisión?, ¿como profundización de un contenido ya aprendido?) .

- Juegos en los cuales los contenidos están presentes porque son inherentes al juego mismo (los números en la guerra para saber cuál es el más grande, los números para contar quién ganó a los bolos).

A la hora de diseñar las propuestas es necesario tomar decisiones, fundadas, respecto de las siguientes variables:

- La Consigna: presenta el problema, el juego, la situación a resolver ¿Qué problema?, ¿qué necesitan sa-

Sostenemos que resolver situaciones que impliquen nuevos desafíos o dominar contenidos que permitan jugar mejor, sería, a nuestro juicio, el principal objetivo en el momento de pensar propuestas de geometría en el Nivel Inicial.

ber los chicos para resolverlo?, ¿qué ya saben y qué nuevo tiene que aprender?

- Contenido a enseñar: ¿Cómo se selecciona? ¿Qué intervenciones docentes son convenientes? (Marco teórico, bibliografía).

- Organización grupal: ¿En grupo total? ¿En parejas? ¿En pequeños grupos? ¿Grupos homogéneos o heterogéneos?, ¿por qué?
  Materiales: ¿Los mismos? ¿Qué se agrega? ¿Qué se saca?

- Tiempo: Tener en cuenta que los tiempos para aprender o para poner en práctica lo que los niños ya saben son diferentes.
  Espacio: ¿En la ronda? ¿En las mesas?

- Cierre: ¿Cómo hacerlo? ¿Qué preguntar? (Comentabamos antes la importancia de dedicar unos momentos a la reflexión sobre lo sucedido, los distintos modos de resolución, los inconvenientes, los logros)

- Evaluación: se hace necesario que el docente evalúe y, dentro de lo posible haga, partícipar a los mismos niños para poder proponer las actividades subsiguientes (modificaciones en algunas de las variables didácticas).

Para finalizar, sostenemos que resolver situaciones que impliquen nuevos desafíos o dominar contenidos que permitan jugar mejor, sería, a nuestro juicio, el principal objetivo en el momento de pensar propuestas de geometría en el Nivel Inicial. ■

BIBLIOGRAFÍA

Diseño Curricular para la Educación Inicial (2000) Para niños de 4 y 5 años. GCBA

González, A. y Weinstein, E. (2001): Cómo enseñar matemática en el jardín. Número- Medida –Espacio. Buenos Aires: Ediciones Colihue

Garrido, R. (2008): "Juegos con reglas y números". En P. Sarlé (coord.), R. Garrido, C. Rosemberg, I. Rodríguez Sáenz: Enseñar en clave de juego. Enlazando juegos y contenidos. Buenos Aires, Ed. Noveduc

Reflexiones contemporáneas acerca de un antiguo problema de geometría

*Por Pierina Lanza, Federico Maloberti y Fabián Gómez**

En el presente artículo se analiza un antiguo problema a la luz de las discusiones actuales sobre la enseñanza de la Matemática desde una perspectiva constructivista.
Intentaremos revisar las siguientes cuestiones:

- ¿Cuál es el rol de la pregunta en el avance de los aprendizajes?
- ¿Cuál es una propuesta metodológica que favorece el aprendizaje de la Matemática?
- ¿Qué tipo de problemas permiten el avance en la argumentación matemática hacia la formalización matemática?

El marco matemático de discusión será el geométrico.

El Menón es uno de los Diálogos de Platón que ha sobrevivido el paso del tiempo y que nuestra cultura occidental ha conservado desde la antigüedad clásica. La profundidad de los problemas que se plantean en él hace que siga siendo recordado y estudiado. En la trama del mismo participan tres personajes: Sócrates, que en la mayoría de los diálogos de Platón es la figura central, Menón, un príncipe que es discípulo del sofista Gorgias y su esclavo.
Menón le plantea a Sócrates la siguiente inquietud: ¿Es posible enseñar la virtud o está en la naturaleza de los hombres? A lo cual Sócrates contesta:

El alma, pues, siendo inmortal y habiendo nacido muchas veces, y visto efectivamente todas las cosas, tanto las de aquí como las del Hades, no hay nada que no haya aprendido; de modo que no hay de qué asombrarse si es posible que recuerde, no sólo la virtud, sino el resto de las cosas que, por cierto, antes también conocía. Estando, pues, la naturaleza toda emparentada consigo misma, y habiendo el alma aprendido todo, nada impide que quien recuerde una sola cosa -eso que los hombres llaman aprender-, encuentre él mismo todas las demás, si es valeroso e infatigable en la búsqueda. Pues, en efecto, el buscar y el aprender no son otra cosa, en suma, que una reminiscencia.

Aquí es donde plantea Sócrates la teoría de la reminiscencia, es decir, que aprender no es otra cosa que recordar aquello que ya se sabe. Para demostrar esta teoría propone a un esclavo de Menón, alguien que no poseía ningún conocimiento matemático, un problema de geometría. Lo consigue haciendo solamente preguntas.

El interés de este fragmento del diálogo radica para nosotros en el hecho de que podemos encontrar en él una idea no convencional acerca de qué es aprender geometría, permitiéndonos pensar acerca del rol del que aprende y del que enseña en el texto y trasladando preguntas a nuestra práctica cotidiana como docentes de matemática. Es interesante ver en él sin embargo aquello de lo cual nos advierte Charlot respecto de algunas concepciones que subsisten implícitamente en la mente de muchos de nosotros, que es la idea de una matemática que ya está allí esperando a ser "descubierta" o recordada:

Dice Charlot:
¿Qué es estudiar matemáticas? Mi respuesta global será que estudiar matemáticas es efectivamente HACERLAS, en el sentido propio del término, construirlas, fabricarlas, producirlas, ya sea en la historia del pensamiento humano o en el aprendizaje individual.

No se trata de hacer que los alumnos reinventen las matemáticas que ya existen sino de comprometerlos en un proceso de producción matemática donde la actividad que ellos desarrollen tenga el mismo sentido que el de los matemáticos que forjaron los conceptos matemáticos nuevos.

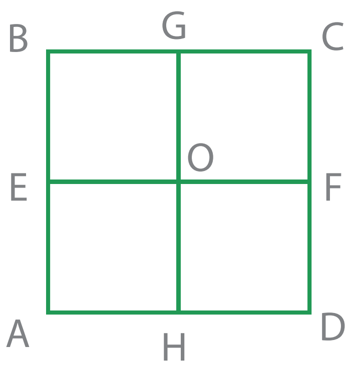
Esta idea que sostiene que estudiar matemáticas es HACER matemáticas no es la más predominante en el universo escolar actual. La idea más corriente es aquella que postula que las matemáticas no tienen que ser producidas sino descubiertas. Es decir que los entes matemáticos ya existen en alguna parte, en el cielo de las Ideas. A partir de allí, el papel del matemático no es el de crear o inventar dichos entes sino de develar las verdades matemáticas existentes pero aún desconocidas. Desde esta misma concepción, las verdades matemáticas sólo pueden ser enunciadas gracias a la labor de los matemáticos, pero ellas son lo que son, dadas desde siempre, independientemente de la labor de los matemáticos. La enseñanza clásica de las matemáticas se basa en una epistemología y una ontología platónica que las matemáticas modernas aún mantienen: las Ideas matemáticas tienen una realidad propia.

Advertidos de las oportunas observaciones que Charlot realiza, nos proponemos entonces introducir este problema recorriendo los pasos que transitaron Sócrates y el esclavo a lo largo del diálogo, convencidos de que una reflexión crítica del mismo aportará importantes elementos para pensar nuestra práctica.

Por otra parte, tomaremos luego otros aportes que importantes autores de la didáctica han realizado acerca de este célebre fragmento.

El planteo del problema surge cuando Sócrates le propone al esclavo duplicar mediante procedimientos geométricos el área de un cuadrado:

SÓC. –– (Al servidor.) Dime entonces, muchacho, ¿conoces que una superficie cuadrada es una figura así? (La dibuja.)
SERVIDOR. –– Yo sí.
SÓC. –– ¿Es, pues, el cuadrado, una superficie que tiene todas estas líneas iguales, que son cuatro?
SERVIDOR. –– Perfectamente.
SÓC. –– ¿No tienen también iguales éstas trazadas por el medio?
Al cuadrado inicial (ABCD), Sócrates agrega las líneas. EF y GH.
SERVIDOR. ––Sí.



SÓC. –– ¿Y no podría una superficie como ésta ser ma¬yor o menor?
Sócrates seguramente señala, primero, el cuadrado mayor (ABCD) y, después, alguno de los menores (p. ej.: AHOE, HBFO, EOGD, etc.)

SERVIDOR. –– Desde luego.
SÓC. –– Si este lado fuera de dos pies y este otro también de dos, ¿cuántos pies tendría el todo?
(Los griegos no disponían de un término para referirse a pies cuadrados)
Míralo así: si fuera por aquí de dos pies, y por allí de uno solo, Sócrates compara uno de los lados del cuadrado mayor (p. ej.: BC) con otro de la figura menor (p. ej.: el AE de la figura ABFE).
¿No sería la superficie de una vez dos pies?
(Es decir, dos pies cuadrados).
SERVIDOR. –– Sí.
SÓC. –– Pero puesto que es de dos pies también aquí, ¿qué otra cosa que dos veces dos resulta?
SERVIDOR. –– Así es.
SÓC. –– ¿Luego resulta, ciertamente, dos veces dos pies?
SERVIDOR. –– Sí.
SÓC. –– ¿Cuánto es entonces dos veces dos pies? Cuéntalo y dilo.
SERVIDOR. –– Cuatro, Sócrates.

Aquí advierte el esclavo la dificultad del problema, en tanto duplicar el lado del cuadrado implica cuadruplicar su área. Desde un punto de vista aritmético, ya se puede observar que para hallar el cuadrado pedido, la medida del lado correspondiente ha de ser tal que multiplicado por sí mismo dé dos como resultado. Si trabajásemos en nuestros cursos con este problema quizás podríamos preguntar: ¿Existe un número que cumpla con esas características?

Es decir que la riqueza del problema permite múltiples posibilidades de trabajo. Por un lado, como modo de indagar en las propiedades del cuadrado en tanto objeto geométrico, pero también como disparador para pensar en un modo de abordar la problemática de los números irracionales.

En el texto Sócrates se centra en el problema desde un abordaje geométrico:

SÓC. –– ¿Y podría haber otra superficie, el doble de ésta, pero con una figura similar, es decir, teniendo todas las líneas iguales como ésta?
SERVIDOR. –– Sí.
SÓC. –– ¿Cuántos pies tendrá?
SERVIDOR. –– Ocho.
SÓC. –– Entonces de la línea de tres pies tampoco deriva la superficie de ocho.
SERVIDOR. –– Desde luego que no.
SÓC. ––Pero entonces, ¿de cuál? Trata de decírnoslo con exactitud. Y si no quieres hacer cálculos, muéstranosla en el dibujo.
SERVIDOR. –– ¡Por Zeus!, Sócrates, que yo no lo sé.
SÓC. –– ¿Te das cuenta una vez más, Menón, en qué punto se encuentra ya del camino de la reminiscencia? Porque al principio no sabía cuál era la línea de la superficie de ocho pies, como tampoco ahora lo sabe aún; sin embargo, creía entonces saberlo y respondía con la seguridad propia del que sabe, considerando que no había problema. Ahora, en cambio, considera que está ya en el problema, y como no sabe la respuesta, tampoco cree saberla.
MEN. –– Es verdad.

En este punto podríamos pensar en la idea de situación adidáctica de Brousseau, aquel momento en el que el sujeto que aprende advierte la verdadera complejidad del problema e intenta resolverlo ya en sus propios términos.

SÓC. –– ¿Entonces está ahora en una mejor situación con respecto del asunto que no sabía?
MEN. –– Así me parece.
SÓC. –– Al problematizarlo y entorpecerlo, como hace el pez torpedo, ¿le hicimos algún daño?
MEN. –– A mí me parece que no.

Justamente el propio Sócrates advierte que es el obstáculo aquello que permite y motoriza el aprendizaje y como él mismo sostiene, lejos de hacerle algún mal es condición necesaria para que el aprendizaje se produzca. Es el docente el que debe ubicar la pregunta oportuna. En eso se basa la concepción dialéctica de la mayéutica socrática, que heredan todas las versiones del constructivismo.

Lo sucesivo del diálogo transita por un camino en el que Sócrates realiza diferentes "preguntas" al esclavo que conducen a la solución del problema. Sin embargo al observar atentamente vemos que el conjunto de preguntas formuladas tiene respuestas sencillas. La mayoría limitan al interlocutor de Sócrates a conceder que las afirmaciones que éste realiza son acertadas o a contar el número de figuras que dibujó, con lo cual se puede ver que la verdadera actividad de elaboración está siendo realizada por el que interroga ubicando al esclavo en un lugar de pasividad y aceptación de un resultado que se muestra como irrefutable.
En palabras de Brousseau:

"… Cuando la elección de las preguntas no está sometida a ningún contrato didáctico, pueden ser muy abiertas o muy cerradas como en el dialogo de Menón y podrían a priori tomar cualquier camino retórico y obtener la "buena" respuesta por medio de analogías, metáforas, etc. También este contrato podría ser considerado como un caso particular de contrato de imitación o reproducción formal en el sentido de que el profesor hace decir al alumno el saber que intenta transmitirle absteniéndose de decirlo el mismo. De todas formas, el paso de órdenes a preguntas in¬troduce una gran diferencia."

En nuestra opinión el rol que asume Sócrates no permite al esclavo posicionarse desde un productor activo de conocimiento. Por otro lado, es difícil establecer comparaciones entre un diálogo de estas características y una situación trasladable al aula en el que la discusión entre pares produce intercambios que enriquecen las intervenciones del-la docente produciendo una dinámica muy distinta.

En un diálogo de dos a veces resulta difícil para quien conduce la acción pedagógica ceder el lugar de portador del saber, aquello que Gastón Bachellard llamó "alma profesoral". Sostenemos que este tipo de acciones son provechosas cuando se está dispuesto a ceder una posición, cuando el maestro o la maestra están decididos a que sus alumnos y alumnas "les enseñen.

Jacques Ranciere en su libro "El Maestro Ignorante" dice:

"Sócrates, por medio de sus preguntas, conduce al esclavo de Menón a reconocer las verdades matemáticas que están en él. Hay allí tal vez, el camino de un saber, pero de ninguna manera el de la emancipación. Al contrario, Sócrates debe llevar al esclavo de la mano para que éste pueda encontrar aquello que ya estaba en él. La demostración de su saber es al mismo tiempo la de su impotencia: nunca avanzará por su cuenta, y, por otra parte, nadie le pide que lo haga, sino para ilustrar la lección del maestro".

Si la pregunta propuesta por el o la docente genera perplejidad y asombro, quizás convoque a la apertura y a la reflexión y al mismo tiempo también convoque la aparición de un sujeto autónomo, capaz de ser el dueño de su propio saber. Esto, sin duda, posibilitaría la construcción de un sentido de la experiencia escolar que trascienda la mera obligatoriedad del tránsito por las aulas.

PROPUESTA METODOLÓGICA PARA LA CONSTRUCCIÓN DE COMPRENSIÓN

Hoy en día, la matemática se percibe, desde una perspectiva dinámica, como campo de creación continua cuyo principal impulsor es la resolución de problemas. Se contempla como un conocimiento sometido a una revisión constante que depende del contexto social, cultural y científico, lo que hace que la veracidad de sus resultados y procedimientos dependa de la comunidad que la valida. El conocimiento no sólo es producto de la mente, sino también producto cultural, lo cual no relativiza la matemática sino que provoca un cambio de significados.

Esta relación con el contexto impregna a la matemática como disciplina de una serie de valores. Desde una perspectiva antropológica, el conocimiento matemático se construye por interacción social. El que aprende (el resolutor) debe poner en juego una serie de conocimientos previos (estructuras conceptuales, estrategias generales, procedimientos específicos…) para dar solución a una situación nueva que lo interpela (problema).

Por ello, la enseñanza de la Matemática tiene dos objetivos: la aplicación al mundo científico y social; y el incremento del conocimiento formal matemático, independiente de la experiencia. Para dotar de sentido la actividad matemática en el aula resulta esencial vincular el conocimiento matemático con sus usos sociales y científicos.

En general, el conocimiento matemático que se enseña en las aulas se presenta alejado del significado y de las condiciones de producción y aplicación de dicho conocimiento, y por ello es muy difícil que los alumnos puedan adquirir un adecuado sentido matemático, lo que los lleva a diferenciar la matemática "de la escuela", y la matemática "de la vida". Por eso los docentes deben redefinir el verdadero sentido y objetivos del conocimiento matemático a enseñar en la escuela, que difiere tanto del conocimiento matemático cotidiano como del conocimiento científico. La enseñanza de la matemática ganaría en significatividad si incorporase elementos de la práctica cotidiana a sus actividades típicas, "más formales". (Lanza y Schey, 2006)

Por ello, para enseñar matemática hoy se promueve un diseño de enseñanza realizado desde una perspectiva constructivista, que cuente con las capacidades de los alumnos "en busca" de un aprendizaje significativo. Este aprendizaje sólo es posible a través de las intervenciones inteligentes y estratégicas del docente, cuando éste diseña secuencias de enseñanza y aprendizaje enmarcadas en una propuesta curricular que colabore a diversificar y enriquecer las posibilidades de aprendizaje y autoaprendizaje.

El constructivismo constituye una posición epistemológica, es decir, referente a cómo se origina, y también cómo se modifica el conocimiento:

El sujeto cognoscente construye sus propios conocimientos y no los puede recibir construidos de otros.

Esa construcción da origen a la organización psicológica, pues es un proceso que tiene lugar en el interior del sujeto. Sin embargo, los otros facilitan la construcción que cada sujeto tiene que realizar por sí mismo. El conocimiento es un producto de la vida social y el desarrollo de los instrumentos de conocimiento no puede realizarse sin la participación de los otros (en este caso, los compañeros de clase y, centralmente, el docente.)

El constructivismo es una posición interaccionista en la que el conocimiento es el resultado de la acción del sujeto sobre la realidad, y está determinado por las propiedades del sujeto y de la realidad. Se opone a las posiciones empiristas y a las innatistas.

Frente al empirismo, sostiene que el conocimiento no es una copia de la realidad exterior, sino que supone una elaboración por parte del sujeto.

Frente al innatismo, propone que el conocimiento no es el resultado de la emergencia de estructuras preformadas y que no puede identificarse con un proceso de externalización de algo interno.

El constructivismo también puede apoyarse en una teoría psicológica, que explique cómo se construye el conocimiento en cada sujeto individual. La posición constructivista se refiere a un sujeto cognoscente universal (el sujeto epistémico) y los sujetos individuales participan de esas características generales. La teoría psicológica tiene que tener en cuenta las diferencias individuales, cosa que no resulta necesaria en una teoría epistemológica.

La consecuencia de un aprendizaje eficaz en la escuela es poder reconocer las relaciones entre la matemática (conocimiento científico) y la vida (conocimiento cotidiano). Por ello, lo importante es situar a los alumnos en situaciones que realmente los obliguen a "pensar matemáticamente". (Lanza y Schey, 2006)

En función de lo anterior, para lograr un aprendizaje significativo en Matemática hay que proponer situaciones que planteen problemas. Enfrentados al problema, las nociones matemáticas se constituyen entonces en instrumentos necesarios para su resolución, y por lo tanto se les otorga valor y sentido. Por ello, un conocimiento matemático sólo puede considerarse aprendido cuando se ha funcionalizado; es decir, cuando es posible emplearlo como medio para resolver una situación o problema. (Lanza y Schey, 2006)

PROBLEMAS DE LA VIDA COTIDIANA VERSUS PROBLEMAS ESCOLARES

Los problemas matemáticos escolares tienen características muy distintas a los problemas cotidianos:

"1. El problema es reconocido y definido por el propio sujeto (por ejemplo, el comprador o compradora) y no externamente por el profesor, por ejemplo, como ocurre en los problemas escolares.

2. El problema está socialmente contextualizado.

3. Aunque la solución del problema implica una actividad matemática, la finalidad no es aprender matemáticas o construir conocimiento matemático.

4. El problema tiene una finalidad práctica; por ejemplo, comprar el producto más económico o que más convenga al comprador en función de razones que la mayoría de las veces son de carácter extra matemático. El comprador se "juega su dinero" realmente y no simbólicamente, como ocurre en la escuela.

5. Hay, por lo tanto, un nivel alto de implicación e interés personal que viene dado por el contexto social de la actividad (comprar, por ejemplo) y la finalidad práctica (ahorrar dinero) y no por el propio conocimiento matemático.

6. La definición del problema no es definitiva de entrada. Se va construyendo a medida que avanza la actividad. El problema y la solución se generan simultáneamente, de forma que el sujeto va transformando el problema para solucionarlo.

7. Las soluciones pueden ser diversas y no necesariamente exactas. Una solución aproximada puede bastar a los fines del sujeto.

8. No hay un método adecuado o canónico para obtener la solución sino múltiples métodos que el sujeto puede inventar.

9. El sujeto no es consciente de estar realizando una actividad matemática. El conocimiento matemático no está explícito.

10. La solución está condicionada o influenciada por la experiencia personal." (Gómez-Granell, 1997)

En contraste con estas características, los problemas escolares están más orientados a aprender un método de resolución o aplicar un algoritmo que a encontrar una solución. Fomentan la descontextualización y no la implicación personal. La intención de trabajar con los mismos es encontrar procedimientos de resolución más eficaces generando el desarrollo de nuevos esquemas de pensamiento, que faciliten y enriquezcan la actuación del sujeto sobre la realidad.

Los alumnos se comportan de manera diferente cuando resuelven problemas de la vida cotidiana. Crean y utilizan procedimientos, en general muy alejados de los que se aprenden en la escuela. La escuela debe ayudarlos a comprender y explicitar las estructuras matemáticas implícitas en sus procedimientos cotidianos. En la escuela se deben generar estrategias de sacar al problema "cotidiano" de su contexto, para tomar conciencia y poder poner en palabras las relaciones y estructuras matemáticas que sirven para solucionarlo, pero que quedan "ocultas" en las situaciones de vida cotidiana. Esta tarea de la escuela es absolutamente necesaria para lograr el cambio conceptual que significa apropiarse de las nociones matemáticas. (Lanza y Schey, 2006)

Es evidente que un cierto tipo de conocimiento matemático puede ser desarrollado fuera de la escuela, en contextos sociales y a través de prácticas culturales. Pero en la vida práctica ese conocimiento parece ser rutinariamente eficaz y reflexivamente intencional, sin conocer las condiciones de su propia producción. Por eso decimos que la adquisición del conocimiento matemático formal sólo se adquiere en la escuela, donde las metas, los contenidos, las actividades, la organización, etc., son muy diferentes a los de la vida cotidiana. (Lanza y Schey, 2006)

El profesional o el científico utilizan una forma peculiar de pensar que depende de su razonamiento para adquirir información y utiliza la argumentación como medio de descubrimiento para resolver los problemas. En cambio el niño depende de su actividad en el mundo exterior para resolver los problemas, utiliza una aproximación empírica. (Lanza y Schey, 2006)

Para acercar a los alumnos a la forma de operar del científico, los docentes deben organizar las actividades de los niños para que aprendan aquello que valoran los matemáticos, cediendo progresivamente la responsabilidad al alumno a través de un proceso de participación guiada. (Lanza y Schey, 2006)

Además, para lograr un aprendizaje significativo, el alumno tiene que haber construido por sí mismo dicho conocimiento gracias a la ayuda y la intervención oportuna del docente. Asimismo, los problemas tienen que motivarlo a indagar entre sus saberes previos para decidir qué le conviene hacer, es decir, cuáles de los conocimientos de los que dispone puede utilizar en su solución. Y, si no dispone del conocimiento apropiado para resolver el problema con el que se enfrenta, lo tienen que conducir a la investigación de nuevos saberes, lo que le permitirá revisar y reorganizar sus estructuras cognitivas. (Lanza y Schey, 2006)
Una vez que el conocimiento ha adquirido sentido para el alumno, es decir que sabe qué está haciendo y qué quiere lograr al utilizar un determinado procedimiento, tiene que validar sus producciones, es decir, confrontar su resolución con las de sus compañeros, poniéndola en discusión y verificando si el procedimiento es adecuado y conveniente. El alumno se aproxima a la conceptualización de un determinado contenido en la medida en que es capaz de distinguir qué procedimientos asociados al mismo son válidos y eficaces y cuáles no lo son. (Lanza y Schey, 2006)
Desde esta perspectiva, aprender matemática es construir el sentido de los conocimientos, y son los problemas y la reflexión en torno a éstos lo que permite que los conocimientos matemáticos se impregnen de sentido al aparecer como herramientas para poder resolverlos. Y juega un lugar fundamental la pregunta. Problematizar el conocimiento significa plantear buenas preguntas que permitan su revisión y discusión continua.

Posibles resoluciones del antiguo problema de Geometría
El problema que se nos presenta en el diálogo de Platón nos remite a dos cuestiones que son propias de la matemática que se trabaja en los últimos años de la escuela primaria pero especialmente en la escuela media, la medida y el trabajo con las propiedades de las figuras. Ahora bien nos interesa analizar este problema como una situación de aula y pensar cuáles pueden ser los distintos abordajes que se pueden hacer al mismo. Para ello les presentamos el problema reformulado de manera tal que se pueda presentar en un aula.

Dado un cuadrado de lado 2, ¿es posible construir otro cuadrado que tenga el doble de la superficie?

Este problema tiene dos accesos posibles, uno asociado a trabajo aritmético y otro estrictamente geométrico. Pensemos el primero.

Un cuadrado de lado 2 posee una superficie que es de 4. Esto es fácilmente calculable recuperando la fórmula de la superficie del cuadrado que marca que la superficie del mismo es el cuadrado del valor del lado. Si queremos duplicar el área del cuadrado, bastará con duplicar ese valor y determinar que la superficie del mismo será de 8. Pero aún no hemos terminado con el problema ya que lo único que hemos afirmado es cuál es la medida de una superficie equivalente al doble de la del cuadrado presentado, pero resta el probar que existe un cuadrado que cumpla con esas condiciones.

En este momento es cuando la reflexión numérica vuelve a aparecer al buscar la medida del lado del cuadrado cuya superficie es 8. Para ello podemos volver a recuperar la fórmula antes propuesta y averiguar cuál es el valor que elevado al cuadrado da como resultado 8. La respuesta a este problema que en un principio parece trivial, nos lleva directamente al campo de los números reales, ya que la medida correspondiente a dicho lado sería $\sqrt{8}$. Es en este momento donde podríamos afirmar que existe un cuadrado cuyo lado tiene una longitud de $\sqrt{8}$ y que su superficie es el doble de un cuadrado cuya longitud es 2. Resulta interesante reflexionar sobre dos cuestiones que no pueden obviarse:

Por un lado, es importante tener en claro que el contexto del problema crea condiciones sobre el cálculo que realizamos ya que damos por hecho que la medida del lado es$\sqrt{8}$ y no $-\sqrt{8}$. Esto se debe a que la medida de un lado va a ser siempre positiva. Parece una trivialidad, pero es importante destacar esto ya que implica recuperar el contexto de la situación modelizada para una interpretación de los resultados obtenidos a partir de la actividad matemática desarrollada.

Por otro lado, debemos destacar el significado del resultado obtenido al decir que el lado mide $\sqrt{8}$. En este aspecto, sería una discusión interesante para desarrollar la de si es posible, con esa información, construir el cuadrado que tenga el doble de superficie. ¿Cómo es que podemos dibujar un lado de esa medida? Una de las posibles respuestas va a consistir en recurrir a la calculadora y de esa manera realizar una aproximación al valor y construir el cuadrado correspondiente.

Ahora bien, merece una reflexión especial el hecho de que la longitud del cuadrado que tiene el doble de área es la misma que la de la diagonal del cuadrado original. ¿Valdrá esto siempre? ¿Es verdad que la diagonal de un cuadrado es el lado de un cuadrado cuya superficie es el doble del original?

Veamos esto detenidamente. La superficie de un cuadrado puede calcularse mediante dos fórmulas :

$s = l^2$ o bien $s = \dfrac{d^2}{2}$

De esta manera podemos afirmar que el cuadrado de lado 2, tiene por superficie 4, y que, en consecuencia, la diagonal del mismo se podría recuperar luego de un simple despeje de la fórmula antes expresada

$$d = \sqrt[2]{\left(\tfrac{s}{2}\right)}$$

el valor de la diagonal es $\sqrt{8}$. Luego es fácil verificar que un cuadrado cuyo lado es $\sqrt{8}$ tiene una superficie de 8 (el doble del otro cuadrado).

Si pensamos en un cuadrado cualquiera cuyo lado es l1 y su diagonal es d1, podemos afirmar que la relación entre el lado y la diagonal surge de la igualación de las dos ecuaciones antes propuestas.

$$\frac{d_1^2}{2} = l_1^2$$

$$d_1 = \sqrt[2]{2 \times l_1^2}$$

Quedando dentro del signo radical un valor correspondiente al doble de la superficie del cuadrado. Si tomamos a d1 como el lado del nuevo cuadrado, el cuadrado de este será la superficie del nuevo cuadrado:

$$d_1^2 = \left(\sqrt[2]{2 \times l_1^2}\right)^2$$

$$d_1^2 = 2 \times l_1^2$$

De esta manera, podemos afirmar que siempre que quiera duplicar el área de un cuadrado, el lado del nuevo cuadrado será la diagonal del cuadrado anterior.

Pero hasta ahora, este trabajo que realizamos se ha basado en un desarrollo aritmético casi sin recurrir a las propiedades del cuadrado al momento de trabajar con el problema. Justamente este problema nos permite profundizar el trabajo con las propiedades de las figuras y a partir de ellas llegar a una respuesta que se mantenga dentro del trabajo geométrico.

Es claro que al duplicar la longitud del lado, se duplican las longitudes de los otros lados de manera tal que se mantenga la semejanza de las figuras trazadas. Se puede verificar a través de una construcción que al duplicar la longitud de uno de los lados, el área no se duplica, se cuadruplica. Esta es una posible respuesta que nuestros alumnos pueden formular.

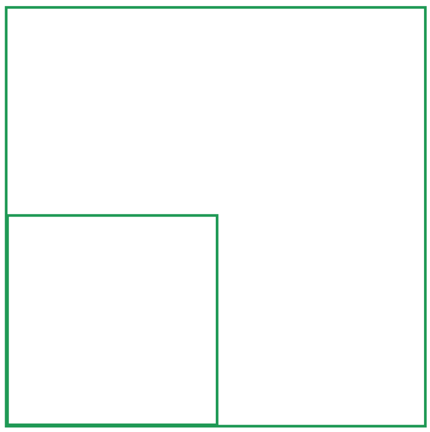


Figura 1

Si observamos la figura 1, a partir de la construcción, se puede apreciar que la superficie del cuadrado construido no es el doble, sino el cuádruple del original.

¿Será posible entonces llegar a ese cuadrado a partir de duplicar la diagonal del cuadrado?

En este caso, al duplicar la medida de una de las diagonales (figura 2), se debe duplicar también la medida de la otra diagonal y en la construcción asegurarme que ambas sean perpendiculares y se corten en su punto medio. Es indispensable tener en cuenta esta propiedad para que la construcción sea un cuadrado.

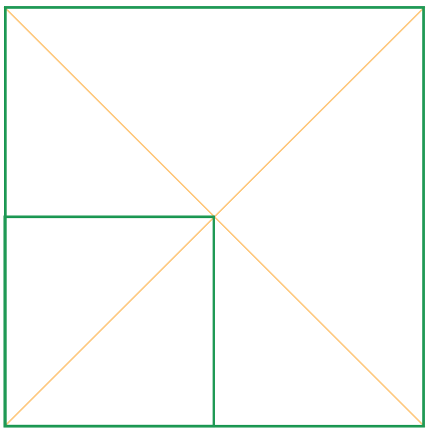


Figura 2

Pero luego de realizar la construcción, se verifica nuevamente que la superficie del cuadrado obtenido es el cuádruple que el original. Y también se puede verificar que la longitud del lado es el doble de la longitud del lado del cuadrado original.

Otra resolución que se puede desarrollar es dibujar un cuadrado de la misma superficie y disponerlo a continuación del modelo presentado. (Figura 3)

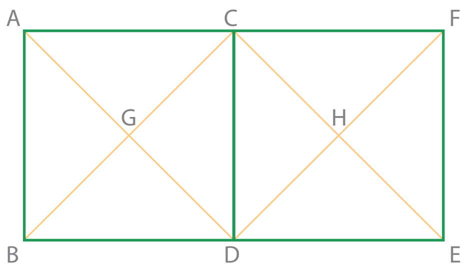


Figura 3

En este caso, la superficie que se construye es el doble de la original pero no mantiene las propiedades de la figura. Esta producción errónea puede ser objeto de un análisis que nos permita llegar a la construcción buscada. Cada cuadrado queda dividido en cuatro triángulos rectángulos isósceles congruentes. Esto se puede verificar fácilmente a partir de las propiedades de las diagonales del cuadrado: ABH; ACH; CDH y BDH son rectángulos en H; EFI; EDI; FCI y CDI son rectángulos en I. Son isósceles ya que las diagonales del cuadrado son congruentes y se cortan en su punto medio, por lo cual los segmentos BH; HC; AH; HD; DI; IF; EI y IC son todos segmentos congruentes. Luego se puede afirmar que los cuatro triángulos son congruentes y en consecuencia tienen la misma superficie. Entonces si duplico el área de cada uno de los triángulos que componen el cuadrado ABCD, la superficie será el doble (figura 4).

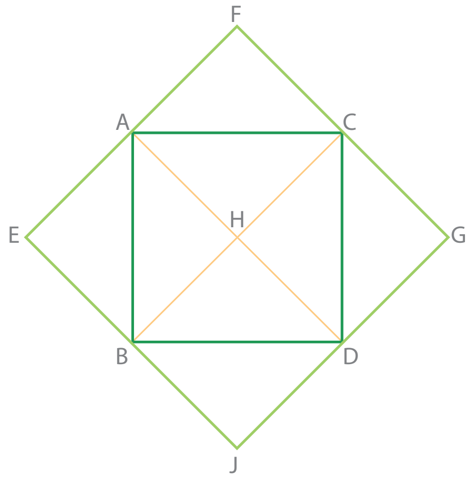


Figura 4

Ahora, ¿cómo podemos realizar la construcción de la figura apoyándonos en las propiedades geométricas?

Para ello trazo las paralelas a las diagonales que pasan por el vértice opuesto a ellas. El trazado de las mismas me determinan cuatro puntos en las intersecciones F; G; J y E (figura 5). De esta manera, podemos determinar cuatro cuadriláteros AHBE; AFCH; HCGD y JGHD.

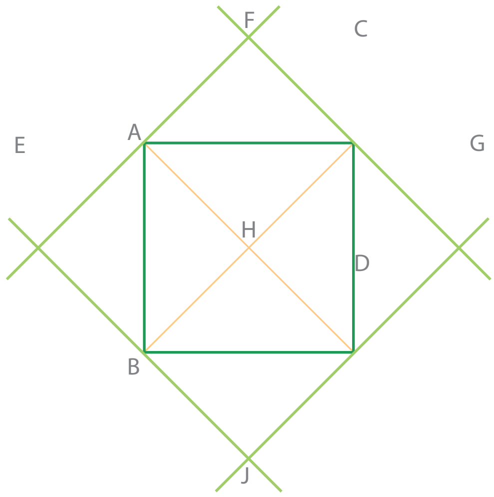


Figura 4

Analicemos el cuadrilátero AFCH. Por construcción, FC es paralelo a AH y HC es paralelo a AF, por lo cual es un paralelogramo. Como el ángulo AHC es rectángulo (por propiedades del cuadrado), y por otro lado AH y HC son congruentes al ser H punto medio de las diagonales AD y CB del cuadrado; se puede afirmar que AFCH es un cuadrado, con AC diagonal del mismo, que divide al cuadrado en dos triángulos congruentes que tienen la misma superficie. Esto se puede analizar de la misma manera para los cuadriláteros AHBE; HCGD y JGHD. De esta manera se verifica que el nuevo cuadrado es el doble del cuadrado original.

Ahora nos quedaría una pregunta más por responder, ¿cuál es la longitud del lado del nuevo cuadrado?

Miremos nuevamente la figura 5. La diagonal BC es paralela y congruente a los lados EF y JG. La misma relación se puede encontrar entre la diagonal BC y los lados EF y JG. De esta manera, la longitud del lado del nuevo cuadrado es congruente con la diagonal del cuadrado original. Lo importante de esta conclusión a la que llegamos es que al apoyarnos en las propiedades de las figuras, no solo lo hemos probado para el cuadrado en cuestión sino que las relaciones que hemos demostrado tienen validez para cualquier par de cuadrados:

Si la superficie de un cuadrado es el doble de la superficie de otro, la longitud del lado del de mayor superficie es la diagonal de la otra figura.

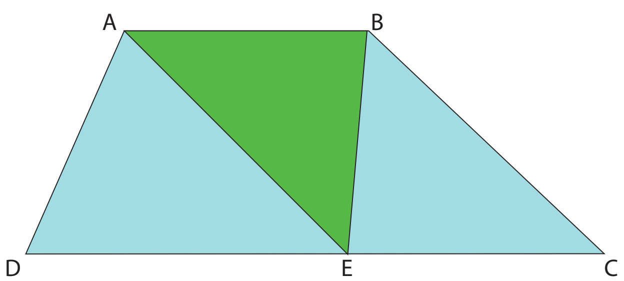
Si la diagonal de un cuadrado es lado de otro cuadrado, la superficie del primero es la mitad de la superficie del segundo.

Finalmente. dejamos un nuevo problema que tiene características similares y que puede servir para reflexionar un poco más sobre este pensar los problemas de medida desde una perspectiva basada en el trabajo con las propiedades.

Dentro de la misma línea podríamos analizar el siguiente problema:

Dado un trapecio isósceles ABCD, con AB y CD bases del mismo, si se coloca un punto E sobre una de las bases del trapecio, analizar la veracidad o falsedad de las siguientes afirmaciones:

La diferencia entre la superficie verde y la celeste es constante.
La superficie celeste varía según la ubicación del punto E.
Si el punto E coincide con alguno de los vértices opuestos, la superficie celeste y la verde son iguales.
La superficie celeste es siempre mayor que la superficie verde.



¿Estas afirmaciones se mantienen si el paralelogramo no es isósceles?
¿Para qué cuadriláteros tienen validez estas afirmaciones? ■

BIBLIOGRAFÍA

• Brousseau, Guy: Iniciación al Estudio de la Teoría de las Situaciones Didácticas. Libros del Zorzal - Buenos Aires-2007
• Rancière, Jacques: El Maestro Ignorante. Cinco lecciones sobre la emancipación intelectual- Libros del Zorzal - Buenos Aires- 2007
• Rodrigo, María José y Arnay, José: La construcción del conocimiento escolar - Paidós – Barcelona – 1997
• Lanza, Pierina y Schey, Irma: Matemática en el Primer Ciclo en "Todos pueden aprender Lengua y Matemática" – Educación para todos. Asociación Civil – Unicef – Fundación Noble. Grupo Clarín – Bs. As. – 2006

*** Pierina Lanza**

Profesora en Matemática. Es docente del núcleo de Matemática Nivel Primario y Medio en la Escuela de Capacitación CePA, GCBA y docente de Matemática, I. S. "Joaquín V. González". Coordina el Postítulo "Alfabetización científica y escuela", CePA, GCBA.

*** Federico Maloberti**

Profesor en Matemática, física y cosmografía. Profesor de nivel primario. Docente del nivel medio y terciario en la Escuela Superior Normal N 2 "Mariano Acosta". Miembro de la Escuela de Capacitación CePA, GCBA. Docente de Matematica en Bachillerato Popular "Miguelito Pepe" dependiente del MOI.

*** Fabián Gómez**

Profesor en Matemática, docente del nivel medio y terciario en la Escuela Superior Normal N 2 "Mariano Acosta". Miembro de la Escuela de Capacitación CePA, GCBA.

RED LATINOAMERICANA DE ALFABETIZACIÓN
ARGENTINA
Asociación Civil sin fines de lucro - Personería Jurídica: Resolución I.G.J. Nº 001021

Del saber social y personal al saber a enseñar

Fecha y lugar de realización
Sábado 7 y domingo 8 de noviembre de 2009
Zapiola 955 (entre Céspedes y Palpa), Escuela del árbol, Bº Colegiales, Ciudad de Buenos Aires.

Este encuentro propone un intenso estado de inmersión en un tema específico. Se trata de sumergirse como usuarios en prácticas lingüísticas, matemáticas y artísticas. Esta inmersión es un factor esencial que permite reflexionar sobre la enseñanza, desde otra mirada. Lo mismo sucede, al analizar los objetos matemáticos a enseñar desde una perspectiva histórica.
El estado de inmersión lingüístico, histórico-matemático y/o artístico durará seis horas (sábado de 9:30 hs. a 12:30 hs. y de 14:30 hs. a 17:30 hs.) y la consecuente reflexión didáctica sobre los mismos temas, tres horas (domingo de 9:30 hs. a 12:30 hs.).
A continuación se enuncian las propuestas de cada taller y se indican sus profesores responsables. En Anexo podrán consultar una síntesis de los mismos y los antecedentes profesionales de cada coordinación.

Taller 1. De las prácticas sociales a las prácticas escolares de lectura en Internet
Coordinación: Flora Perelman.
Equipo: Vanina Estévez y Paula Capria.

Taller 2. Participar de lo artístico como usuarios y como enseñantes
Coordinación: Ana Siro.
Equipo: Priscila Migale, Javier Maidana, Alejandro Gómez Ferrero, Juan Ignacio González, Darío Reynoso, Tania De Cristóforis, Gonzalo Tobal.

Taller 3. Leer "tras las líneas": lectura crítica de la prensa
Coordinación: María Elena Rodríguez y Mirta Torres.

Taller 4. La mitología urbana: pantalla de proyección del imaginario social
Interpretación social y correlato didáctico
Coordinación: Mabel Tarrio y Marilyn Santoro.

Taller 5. Reflexiones sobre un programa de literatura en los medios: "Ver para leer"
Coordinación: María Inés Bogomolny e Iris Rivera.

Taller 6. El estudio de la geometría
- Parte 1, sábado: Exploración, conjeturas y deducciones en el trabajo geométrico.
  Coordinación: Héctor Ponce, Mercedes Etchemendy y Mónica Urquiza.
- Parte 2, domingo: La enseñanza de la geometría en 2do ciclo de la escuela primaria.
  Coordinación: Mónica Escobar e Inés Sancha.

Taller 7. El estudio de los números naturales
- Parte 1, sábado: Problemas numéricos en distintos momentos históricos.
  Coordinación: Horacio Itzcovich.
- Parte 2, domingo: Relaciones entre números naturales. El trabajo deductivo en el 2º ciclo de la escuela primaria.
  Coordinación: Cecilia Wall, Adriana Castro y María Mónica Becerril.

Taller 8. El estudio de los números racionales
- Parte 1, sábado: Explorar el uso y el funcionamiento de los números racionales.
  Coordinación: Verónica Grimaldi y Graciela Zilberman.
- Parte 2, domingo: La enseñanza de los números racionales en el 2º ciclo de la escuela primaria.
  Coordinación: María Emilia Quaranta y Beatriz Ressia de Moreno.

Valor de la Inscripción
$ 130 en el mes de Septiembre
$ 150 en los de meses de Octubre y Noviembre

Inscripción
Av. Corrientes 2835, Cuerpo A, 5º Piso A, (1193) Capital Federal.
Telefax: 4962-1330 / 4961-1824 (12 a 18 hs. Srta. Paula)
E-mail: pab@retina.ar

Inscribirse personalmente o reservar por teléfono o mail y hacer depósito en:
Banco Ciudad, Suc. 7, Caja de Ahorro Nº 0301338/0 CBU: 0290007010000030133807
Enviar por fax comprobante del banco y datos de quien se inscribe.
Llamar antes para confirmar vacante.

Para seguir leyendo...

LIBROS

INICIACIÓN AL ESTUDIO DIDÁCTICO DE LA GEOMETRÍA
de Horacio Itzcovich. Editorial Libros del Zorzal

RAZONES PARA ENSEÑAR GEOMETRÍA EN LA EDUCACIÓN BÁSICA
de Ana María Bressan, Beatriz Bogisic y Karina Crego. Editorial Novedades Educativas

MATEMÁTICA PARA LOS MÁS CHICOS. DISCUSIONES Y PROYECTOS PARA LA ENSEÑANZA DEL ESPACIO, LA GEOMETRÍA Y EL NÚMERO
de Adriana Castro y Fernanda Penas. Editorial Novedades Educativas

ARTÍCULOS

"La geometría como medio para "entrar en la racionalidad" una secuencia para la enseñanza de los triángulos en la escuela primaria"
de Claudia Broitman y Horacio Itzcovich en 12(ntes) Enseñar Matemática Nivel Inicial y Primario Nº4

"Enseñanza de la geometría"
de Silvia Altman, Claudia Comparatore y Liliana Kurzrok en 12(ntes) Primer Ciclo Nº3

Artículos y documentos online

Dirección de Educación General Básica. Prov. Bs. As. (2001): Orientaciones didácticas para la enseñanza de la Geometría en EGB. Documento Nº 3/01.
Disponible en: www.abc.gov.ar

Matemática. Documento de trabajo Nº5 La enseñanza de la geometría en el segundo ciclo.
Disponible en www.buenosaires.gov.ar

La geometría en el Jardín de Infantes: En búsqueda de su sentido
de Susana María Pacheco y María Inés García Asorey. e- Eccleston.
Temas de Educación Infantil. Año 4. Número 9. 1° Cuatrimestre de 2008.